

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$F_{ολ} = ma$$

Όμως γνωρίζουμε ότι στην απλή αρμονική ταλάντωση η επιτάχυνση δίνεται από την εξίσωση

$$a = -\omega^2 x$$

Συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες εξισώσεις προκύπτει

$$F_{ολ} = m(-\omega^2 x) \text{ ή}$$

$$F_{ολ} = -m\omega^2 x$$

Το γινόμενο  $m\omega^2$  είναι σταθερό (ανεξάρτητο του  $x, v, a, t$ ) κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης και συμβολίζεται με  $D$  και ονομάζεται σταθερά επαναφοράς. (Κάθε φορά που θα λέμε ότι ένα μέγεθος παραμένει σταθερό θα αναρωτιόμαστε «όταν αλλάζει τι;»)

$$D = m\omega^2 \quad (1)$$

Έτσι όταν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση η συνισταμένη δύναμη είναι της μορφής

$$F_{ολ} = -Dx \quad (2)$$

Με μαθηματικά μπορεί να αποδειχθεί και το αντίστροφο, δηλαδή αν σε ένα σώμα ενεργεί δύναμη της μορφής

$$F_{ολ} = -Dx$$

τότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ταλάντωση (με την προϋπόθεση πως και η αρχική ταχύτητα έχει την ίδια διεύθυνση με την δύναμη) με

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}, \quad (3)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις παρατηρούμε πως η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος είναι ανεξάρτητες από το πλάτος της ταλάντωσης.

### Λίγα λόγια για την σταθερά ταλάντωσης :

Βλέποντας κανείς την εξίσωση

$$D = m\omega^2$$

η πρώτη σκέψη είναι πως η σταθερά  $D$  είναι ανάλογη της μάζας και ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής συχνότητας. Αυτό όμως είναι λάθος, γιατί η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η γωνιακή συχνότητα δηλαδή η μάζα του σώματος μαζί με την σταθερά της ταλάντωσης  $D$  αναγκάζουν το σώμα να εκτελέσει ταλάντωση με

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Τέτοια παραδείγματα έχουμε συναντήσει και σε προηγούμενες τάξεις (όπως  $E = \frac{F}{q}$ ,  $C = \frac{q}{V}$ ,  $R = \frac{V}{I}$ ) όπου δηλαδή αν και έχουμε ένα μέγεθος να ορίζεται με κάποια άλλα τελικά να μην εξαρτάται απ' αυτά.

Η σταθερά  $D$  της ταλάντωσης λέγεται σταθερά, γιατί δεν εξαρτάται από τον χρόνο (οπότε ούτε και από μεγέθη που εξαρτώνται από τον χρόνο όπως  $x, v, a$ ) και δεν εξαρτάται επίσης ούτε από το πλάτος της ταλάντωσης. Η σταθερά ταλάντωσης έχει σχέση με την μορφή της δύναμης και συνήθως δεν εξαρτάται ούτε από την μάζα του σώματος (Υπάρχει η περίπτωση του εκκρεμούς όπου η σταθερά της ταλάντωσης εξαρτάται από την μάζα.)

Στα προβλήματά μας η πιο συνηθισμένη περίπτωση ταλαντώσεων είναι ένα σώμα δεμένο σε ένα ελατήριο μέσα σε πεδίο βαρύτητας χωρίς τριβές. Σε αυτές τις περιπτώσεις η σταθερά ταλάντωσης  $D$  είναι ίση με την σταθερά του ελατηρίου η οποία είναι ανεξάρτητη της μάζας του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο.

Να θυμηθούμε πως η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σε ένα σώμα είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος έτσι