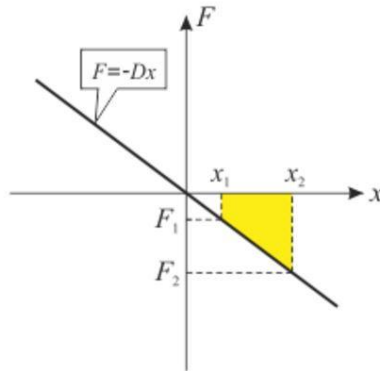


Η έννοια της δυναμικής ενέργειας έχει σχέση μόνο όταν οι δυνάμεις που ενεργούν είναι συντηρητικές. Η εξίσωση ορισμού της δυναμικής ενέργειας είναι

$$W_{A \rightarrow B} = U_A - U_B \quad (1)$$

Στην περίπτωση των αρμονικών ταλαντώσεων η δύναμη είναι της μορφής  $F = -Dx$  και είναι συντηρητική. Το έργο της υπολογίζεται από το «εμβαδό» του σχήματος που περικλείεται από την αρχική θέση την τελική θέση του άξονα της θέσης και του διαγράμματος της δύναμης σε συνάρτηση με τη θέση.



$$W_{x_1 \rightarrow x_2} = \frac{F_1 + F_2}{2} (x_2 - x_1) \quad \text{ή}$$

$$W_{x_1 \rightarrow x_2} = \frac{-Dx_1 - Dx_2}{2} (x_2 - x_1) \quad \text{ή}$$

$$W_{x_1 \rightarrow x_2} = -\frac{1}{2} D(x_2 + x_1)(x_2 - x_1) \quad \text{ή}$$

$$W_{x_1 \rightarrow x_2} = \frac{1}{2} Dx_1^2 - \frac{1}{2} Dx_2^2$$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει πως η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας είναι

$$U = \frac{1}{2} Dx^2 \quad (2)$$

Η κινητική ενέργεια θα δίνεται από την εξίσωση

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \quad (3)$$

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ονομάζεται μηχανική ενέργεια και είναι

$$E = K + U \quad \text{ή}$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Dx^2$$

Αν υποθέσουμε πως έχουμε μια απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση τότε  $x = A\eta\mu\omega t$  και  $v = \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t$

$$E = \frac{1}{2} \frac{m\omega^2}{D} A^2 \sigma\upsilon\nu^2 \omega t + \frac{1}{2} DA^2 \eta\mu^2 \omega t \quad \text{ή}$$

$$E = \frac{1}{2} DA^2 (\sigma\upsilon\nu^2 \omega t + \eta\mu^2 \omega t) \quad \text{ή}$$

$$E = \frac{1}{2} DA^2 \quad (4)$$

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να μετασχηματιστεί ως εξής

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \text{ ή}$$

$$E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad (5)$$

Δηλαδή η ολική ενέργεια που έχει ένα σώμα όταν κάνει απλή αρμονική ταλάντωση είναι σταθερή και ίση είτε με την μέγιστη δυναμική είτε με την μέγιστη κινητική.

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

Η δυναμική και η κινητική ενέργεια σαν συνάρτηση της ολικής ενέργειας γράφονται

$$U = \frac{1}{2}Dx^2 \text{ ή}$$

$$U = \frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2\omega t \text{ ή}$$

$$U = E\eta\mu^2\omega t \quad (6)$$

Η κινητική ενέργεια γίνεται

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ή}$$

$$K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t \text{ ή}$$

$$K = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t \quad (7)$$

Χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικούς μετασχηματισμούς

$$\eta\mu^2 x = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2x}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2 x = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2x}{2}$$

Οι εξισώσεις (6) , (7) γίνονται

$$U = E \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\omega t}{2} \text{ ή}$$

$$U = \frac{E}{2} - \frac{E}{2}\sigma\upsilon\nu 2\omega t$$

και

$$K = E \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\omega t}{2} \text{ ή}$$

$$K = \frac{E}{2} + \frac{E}{2}\sigma\upsilon\nu 2\omega t$$

Οι παραπάνω συναρτήσεις είναι περιοδικές με περίοδο

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} \text{ ή}$$

$$T' = \frac{2\pi}{2\omega}$$

Δηλαδή η Ενέργεια έχει την μισή περίοδο από την περίοδο της ταλάντωσης.

Δηλαδή η Ενέργεια έχει την μισή περίοδο από την περίοδο της ταλάντωσης.

$$T' = \frac{T}{2} \quad (8)$$

Για να κάνουμε την γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας κάνουμε τη γραφική παράσταση πρώτα της  $\frac{E}{2}\sin 2\omega t$  και στη συνέχεια τη μετατοπίζουμε στον κατακόρυφο άξονα κατά  $\frac{E}{2}$

