Όταν το πλάτος μιας ταλάντωσης παραμένει σταθερό τότε η ταλάντωση χαρακτηρίζεται αμείωτη και αυτό συμβαίνει όταν δεν υπάρχουν τριβές. Όταν υπάρχουν τριβές τότε το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται μέχρι τελικά να μηδενιστεί.

Ιδιαίτερη σημασία έχει όταν στην κίνηση υπάρχει δύναμη τριβής αντίθετη της ταχύτητας δηλαδή της μορφής

$$F_{\alpha\nu\tau} = -bv$$

Όπου b είναι μια σταθερά που εξαρτάται από το μέσο που γίνεται η ταλάντωση, το σχήμα και το μέγεθος του σώματος.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα σώμα μάζας m δεμένο σε ένα ελατήριο σταθεράς k. Στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής ανάλογη της ταχύτητας. Σε μια τέτοια περίπτωση συμβολίζουμε με $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ και ονομάζομαι γωνιακή ιδιοσυχνότητα την γωνιακή συχνότητα που θα είχε το σώμα αν δεν υπήρχαν τριβές.

Η εξίσωση που περιγράφει το φαινόμενο σύμφωνα με τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα είναι

$$F_{\varepsilon\pi} + F_{\alpha\nu\tau} = ma \text{ ή}$$

$$-Dx - bv = ma \qquad (1)$$

Αν

$$\omega_0 > \frac{b}{2m}$$

τότε η απομάκρυνση του σώματος θα δίνεται από την εξίσωση

$$x = A_0 e^{-\Lambda t} \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \qquad (1)$$

όπου

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2} \qquad (2)$$

όπου $\Lambda = \frac{b}{2m}$. Αν στην εξίσωση (1) θέσουμε

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \qquad (3)$$

τότε αυτή γράφεται

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

δηλαδή «μοιάζει» με την εξίσωση αρμονικής ταλάντωσης με γωνιακή συχνότητα ω και πλάτους A.
Η κίνηση είναι μεν ταλάντωση αλλά όχι απλή αρμονική ταλάντωση διότι το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται εκθετικά με το χρόνο.
Ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης και από τη μάζα του σώματος.

- Από την εξίσωση (2) παρατηρούμε πως $\omega < \omega_0$ ή $T > T_0$ δηλαδή η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από την ιδιοπερίοδο (η περίοδο που θα είχε το σώμα αν δεν υπήρχαν τριβές). Όμμως για μικρές τιμές της σταθεράς απόσβεσης (πιο σωστά όταν $\omega_0 >> \Lambda$), δηλαδή αν υπάρχουν μικρές τριβές τότε $\omega \sim \omega_0$. Έτσι η περίοδος της ταλάντωσης στη φθίνουσα ταλάντωση είναι περίπου ίδια με την ιδιοπερίοδο της ταλάντωσης. Για μικρές τιμές του b το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται με αργό ρυθμό και απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα μέχρι να μηδενιστεί.
- Για μεγαλύτερες τιμές της b το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πολύ γρήγορα και υπάρχει μεγάλη διαφορά στις τιμές ω και ω_0.
- Αν το Λ ξεπεράσει την τιμή ω_0 τότε δεν ισχύει η εξίσωση (1) και η απομάκρυνση x δεν είναι «περιοδική».

Έστω τις χρονικές στιγμές 0, T, $2T$, … το πλάτος της ταλάντωσης είναι A_0, A_1, A_2, … ισχύει

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\Lambda T}} = e^{\Lambda T} \text{ ή}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_0 e^{-\Lambda T}}{A_0 e^{-\Lambda 2T}} = e^{\Lambda T}$$

Δηλαδή

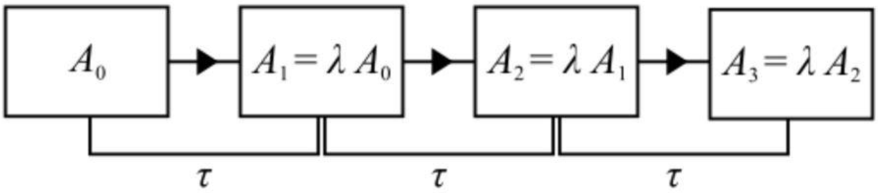
$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

Η σχέση μπορεί να γενικευτεί δηλαδή

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \cdots \qquad (4)$$

Παρατηρήσεις

1. Η σχέση (4) έχει προκύψει για χρονικές στιγμές T, $2T$, $3T$ ισχύει όμως για χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά σταθερό χρονικό διάστημα τ και όχι κατ΄ ανάγκη για μια περίοδο. Η σχέση (4) είναι αποτέλεσμα της εκθετικής μεταβολής του πλάτους και όχι του ημιτόνου.
2. Από την ίδια εξίσωση προκύπτει πως οι όροι $A_0, A_1, A_2, \ldots$ (που αντιστοιχούν γενικά στο πλάτος για τις χρονικές στιγμές 0, τ, 2τ, ...) είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου δηλαδή ο κάθε όρος προκύπτει από τον προηγούμενό μου με πολλαπλασιασμό με τον ίδιο αριθμό.



Ιδιαίτερη σημασία έχει η περίπτωση όπου μετά από κάποιο χρονικό διάστημα το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται στο μισό. Ο χρόνος αυτό ονομάζεται χρόνος ημισείας ζωής.

3. Αν τη χρονική στιγμή t=0 είναι υ=0 και x=x_0 τότε $x_0 \neq A_0$, δηλαδή το A_0 δεν είναι η αρχική θέση που βρίσκεται το σώμα όταν η ταχύτητά του είναι μηδέν. Για πολύ μικρές τιμές της παραμέτρου Λ έχουμε $A_0 \sim x_0$
4. Για να βρούμε την ολική ενέργεια σε κάποια χρονική στιγμή θα πρέπει να προσθέσουμε την κινητική και την δυναμική ενέργεια $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2$. Το άθροισμα αυτό, επειδή η ενέργεια δεν διατηρείται, δεν είναι ίσο με την με την ενέργεια που υπολογίζεται από την παράσταση $\frac{1}{2}kA^2$. Το να γράφουμε $E = \frac{1}{2}kA^2$ είναι προσεγγιστικά σωστό και πάλι σε ορισμένες μόνο περιπτώσεις και όταν η σταθερά τις απόσβεσης είναι πάρα πολύ μικρή.
5. Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική λόγω των δυνάμεων τριβής είναι ίσος με την ισχύ της τριβής δηλαδή

$$\frac{dE}{dt} = F_{\alpha\nu\tau}\upsilon \text{ ή}$$

$$\frac{dE}{dt} = -b\upsilon^2 \qquad (5)$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει πως όταν η ταχύτητα γίνεται μέγιστη μεγιστοποιείται και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ενώ όταν η ταχύτητα πλησιάζει να γίνει μηδέν έχουμε και μικρό ρυθμό μεταβολή της ενέργειας. Δηλαδή κοντά στην θέση ισορροπίας έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργεια με μεγάλο ρυθμό ενώ στις ακραίες θέσεις έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας με μικρό ρυθμό.

6. Στην θέση x=0 πλέον το σώμα δέχεται δύναμη και δεν έχει μέγιστη ταχύτητα. Η ταχύτητα μεγιστοποιείται στήν θέση όπου $-Dx-b\upsilon$=0