1.1 Ευθύγραμμη κίνηση-Θεωρία Α΄ Λυκείου

SCHOOLDOCTOR

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

- **Ταχύτητα** στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται από τη σχέση: $\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$. *Εκφράζει το πόσο γρήγορα ή αργά κινείται ένα σώμα , αλλά και προς τα πού κινείται,* και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:
- *Σημείο εφαρμογής, το κινητό.*
- *Κατεύθυνση, την κατεύθυνση της μετατόπισης.*
- *Μέτρο,* $\upsilon = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| > 0$
- *Αλγεβρική τιμή,* $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. *Αν* $\upsilon > 0$*, το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα, ενώ αν* $\upsilon < 0$*, το κινητό κινείται προς τα αρνητικά του άξονα.*

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση λέγεται η κίνηση που κάνει ένα κινητό όταν η ταχύτητά του παραμένει σταθερή κατά διεύθυνση, φορά και μέτρο. Δηλαδή όταν το διάνυσμα της ταχύτητας είναι σταθερό: $\vec{\upsilon}$ = ***σταθερή***.

▶ *Συνέπειες*

1. Αφού η διεύθυνση παραμένει σταθερή, το κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή.
2. Αφού η φορά της ταχύτητας παραμένει σταθερή, η μετατόπιση και το διάστημα ταυτίζονται αριθμητικά.
3. Αφού το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, το κινητό σε ίσους χρόνους εκτελεί ίσες μετατοπίσεις ή σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.
4. Οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες των χρονικών διαστημάτων.

▶ **Εξίσωση της κίνησης:**

Έχω $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \boxed{\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t}$ **(1)** ⇒

η σχέση αυτή ισχύει **πάντα !!** ανεξάρτητα του x_o και του t_o , δηλαδή από την (1) υπολογίζω την Δx σε χρονικό διάστημα Δt, χωρίς να με ενδιαφέρει η $x_{αρχ}$ και η $t_{αρχ}$.

$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \rightarrow x - x_o = \upsilon(t - t_o) \rightarrow \boxed{x = x_o + \upsilon(t - t_o)}$ **(2)** $(x_o \neq 0, t_o \neq 0)$

· οπότε αν $t_o = 0$ έχω: $\boxed{x = x_o + \upsilon t}$ **(3)** $(x_o \neq 0, t_o = 0)$

· αν $t_o = 0$ και $x_o = 0$ έχω: $\boxed{x = \upsilon t}$ **(4)** $(t_o = 0, x_o = 0)$

Από τις (2), (3), (4) υπολογίζω τη **θέση** του κινητού κάθε χρονική στιγμή ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες.

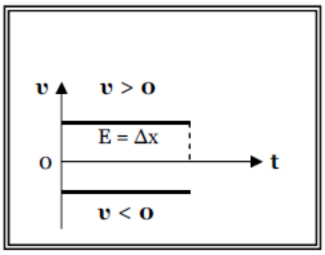
Αν ισχύει η εξίσωση (4) τότε. η x συμπίπτει με τη Δx και αριθμητικά με το S:
Θέση, μετατόπιση και **διάστημα ταυτίζονται** (κατά μέτρο)

Παρατήρηση:

- Οι σχέσεις (1), (2), (3), (4) παριστάνουν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Απλώς η μορφή τους αλλάζει γιατί αλλάζουν οι αρχικές συνθήκες (t_o , x_o) στις οποίες άρχισα να μελετώ την κίνηση κάποιου σώματος.
- Στις σχέσεις (1), (2), (3), (4) όλα τα μεγέθη αντικαθίστανται με τις αλγεβρικές τους τιμές (δηλαδή με τα πρόσημά τους.
- Επειδή η κίνηση είναι σταθερής φοράς το μέτρο της Δx και το διάστημα S ταυτίζονται.

Γραφικές παραστάσεις:

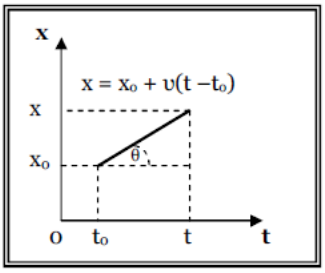
α) ταχύτητας – χρόνου:



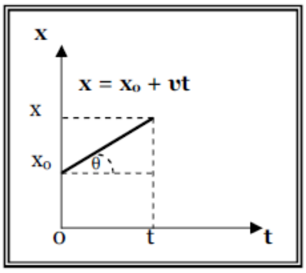
- Αφού υ =σταθερή η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή παράλληλη προς τον άξονα των χρόνων.
- Από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης ταχύτητας – χρόνου (υ – t), υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx.

β) θέσης – χρόνου :

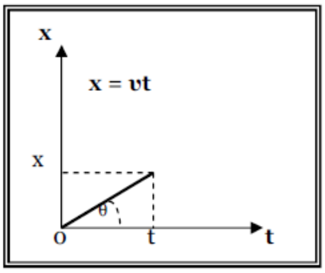
Θεωρώντας **υ > ο**



($x_o \neq o$, $t_o \neq o$)

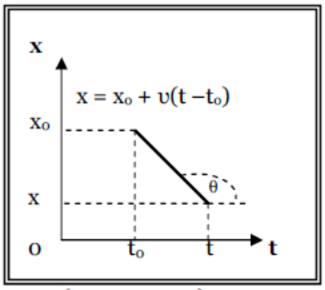


($x_o \neq o$, $t_o = o$)

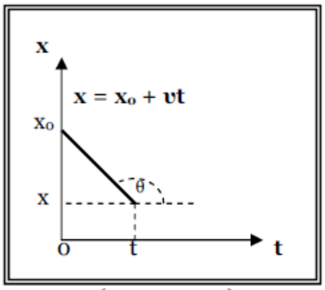


($t_o = o$, $x_o = o$)

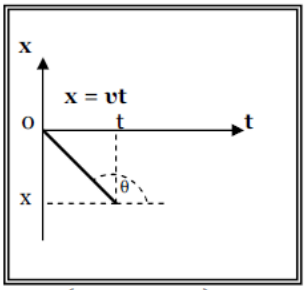
Θεωρώντας **υ < ο**



($x_o \neq o$, $t_o \neq o$)



($x_o \neq o$, $t_o = o$)



($t_o = o$, $x_o = o$)

- Η γραφική παράσταση x – t είναι ευθεία γραμμή.
- Από την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα x – t υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας υ.
  Κλίση = εφθ = Δx/Δt = υ.
  i) Αν η ευθεία ανεβαίνει από αριστερά προς τα δεξιά (θ =οξεία γωνία) τότε υ > ο.
  ii) Αν η ευθεία κατεβαίνει από αριστερά προς τα δεξιά (θ = αμβλεία γωνία) τότε υ < ο.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Επιτάχυνση στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται από τη σχέση: $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ **(1)** και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- *Σημείο εφαρμογής, το κινητό.*
- *Κατεύθυνση, πάντα την κατεύθυνση της* $\Delta\vec{\upsilon}$.
- *Μέτρο*: $\alpha = \left|\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\right| > 0$.
- *Αλγεβρική τιμή*: $\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ *που μπορεί να είναι* $\boldsymbol{\alpha > 0}$ *ή* $\boldsymbol{\alpha < 0}$.
- Μονάδα στο S.I. το m/s^2

Παρατήρηση: Επειδή $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$, η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ονομάζεται και **ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας,** δηλαδή η επιτάχυνση εκφράζει το πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητα ενός κινητού. Μας δείχνει πόσο μεταβάλλεται η ταχύτητα του κινητού στη μονάδα του χρόνου.

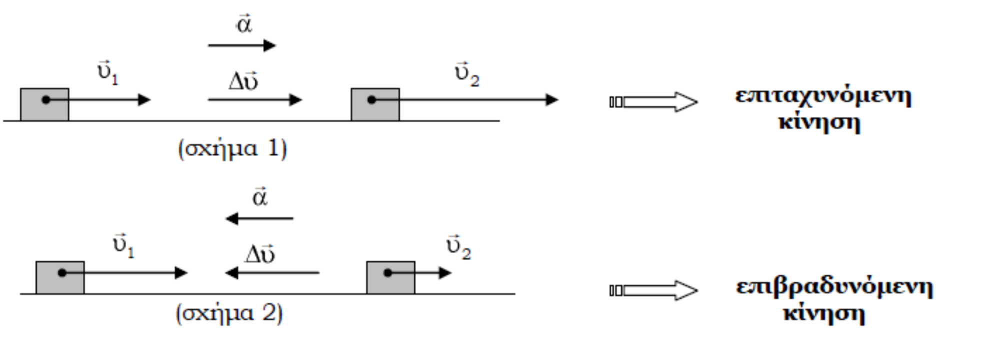
▶ Αν το **μέτρο** της ταχύτητας αυξάνεται η κίνηση χαρακτηρίζεται ως **επιταχυνόμενη**
▶ Αν το **μέτρο** της ταχύτητας μειώνεται η κίνηση χαρακτηρίζεται ως **επιβραδυνόμενη**

Προσοχή!!! αν η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ προκύπτει <0 αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Ένας άλλος τρόπος για να βρω πότε μια μεταβαλλόμενη κίνηση είναι επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη, αλλά και τη φορά της κίνησης, φαίνεται στον πίνακα Ι.

Πίνακας Ι

<table>
<tr><th></th><th>Είδος κίνησης:</th><th>Κατεύθυνση κίνησης:</th><th rowspan="5">Συμπέρασμα:
i) Αν α και υ ομόσημα (α·υ>0) ή αν α και υ ομόρροπα ($\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$), τότε έχω επιταχυνόμενη κίνηση. (σχήμα 1)
ii) Αν α και υ ετερόσημα (α·υ<0) ή αν α και υ αντίρροπα ($\vec{\alpha} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon}$), τότε έχω επιβραδυνόμενη κίνηση. (σχήμα 2)</th></tr>
<tr><td>υ>0, α>0</td><td>επιταχυνόμενη</td><td>προς τα θετικά του άξονα</td></tr>
<tr><td>υ<0, α<0</td><td>επιταχυνόμενη</td><td>προς τα αρνητικά του άξονα</td></tr>
<tr><td>υ>0, α<0</td><td>επιβραδυνόμενη</td><td>προς τα θετικά του άξονα</td></tr>
<tr><td>υ<0, α>0</td><td>επιβραδυνόμενη</td><td>προς τα αρνητικά του άξονα</td></tr>
</table>



(σχήμα 1)

(σχήμα 2)

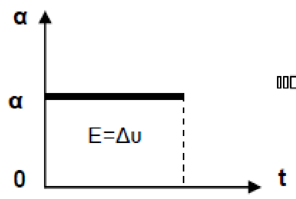
A) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση **με αρχική ταχύτητα υ_o**

- Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη **ομαλά επιταχυνόμενη** κίνηση όταν κινείται σε ευθεία γραμμή και το μέτρο της ταχύτητάς του **αυξάνεται** με **σταθερό ρυθμό**. (δηλαδή όταν $\vec{\alpha}$ = **σταθερή** , και τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\upsilon}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση).

- **Νόμος της επιτάχυνσης:**

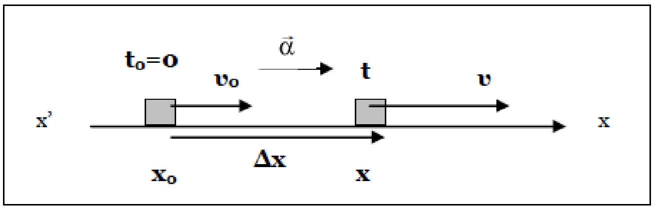
$\boxed{\alpha = \text{σταθερή}}$

(θεωρώντας α>ο)



Από το εμβαδόν της **α – t** , υπολογίζουμε τη **Δυ**.

- **Νόμος της ταχύτητας:**



Έχω: $\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \rightarrow \Delta\upsilon = \alpha\,\Delta t \rightarrow$

$\rightarrow \upsilon - \upsilon_o = \alpha(t - t_o) \rightarrow$

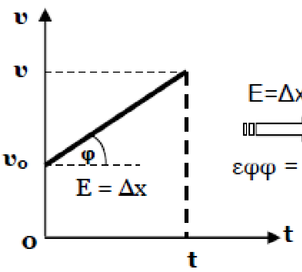
$\rightarrow \upsilon = \upsilon_o + \alpha(t - t_o)$

αν $t_o = o$

τότε:

$\boxed{\upsilon = \upsilon_o + \alpha t}$ **(2)**

(θεωρώντας υ>ο, α>ο)



E=Δx

εφφ = α

Από το **εμβαδόν** της **υ - t** υπολογίζουμε την μετατόπιση **Δx.**
Από την **κλίση** της ευθείας υπολογίζουμε την επιτάχυνση **α.**

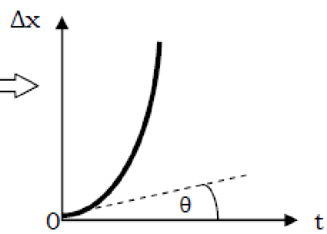
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon - \upsilon_o}{t - o} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \alpha$$

Η Δx ισούται με το εμβαδόν του τραπεζίου του διαγράμματος υ-t άρα:

$$\Delta x = E = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}t = \frac{\upsilon_0 + \upsilon_0 + \alpha t}{2}t = \frac{2\upsilon_0 + \alpha t}{2}t \rightarrow \quad \mathbf{\Delta x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

- **Εξίσωση της κίνησης:**

$$\boxed{\Delta x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2} \quad \textbf{(3)}$$



Η κλίση της καμπύλης την t-0 μας δίνει την υ₀
$\varepsilon\varphi\theta = \upsilon_o$

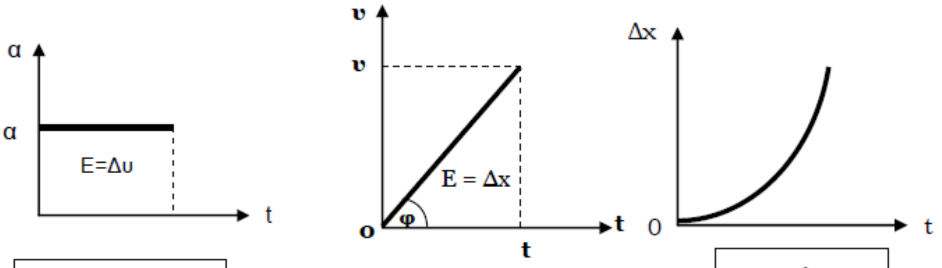
Αν για $t_o = o$, είναι και $x_o = o$, η σχέση (3) γίνεται: $x = \upsilon_o t + \dfrac{1}{2}\alpha\, t^2$ **(4)** (εξίσωση κίνησης) και στην περίπτωση αυτή η θέση, το μέτρο της μετατόπισης και το διάστημα συμπίπτουν.

Β) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($\upsilon_o = 0$)

- Στην περίπτωση αυτή το κινητό ξεκινά από την ηρεμία και οι εξισώσεις κίνησης προκύπτουν αν στις σχέσεις (2) και (3) βάλουμε όπου $\upsilon_o = 0$.

$$\boxed{\upsilon = \alpha\, t} \quad (5) \qquad \text{και} \qquad \boxed{\Delta x = \frac{1}{2}\alpha\, t^2} \quad (6)$$

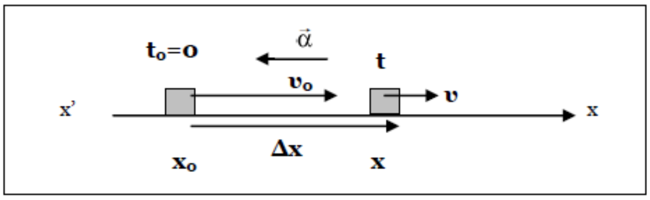
Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις είναι:



$\boxed{\alpha = \text{σταθερή}}$ $\quad$ $\boxed{\upsilon = \alpha\, t}$ $\quad$ $\boxed{\Delta x = \frac{1}{2}\alpha\, t^2}$

Γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

- Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη **ομαλά επιβραδυνόμενη** κίνηση όταν κινείται σε ευθεία γραμμή και το μέτρο της ταχύτητάς του **μειώνεται** με σταθερό ρυθμό. ($\vec{\alpha}$ = **σταθερή**, τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\upsilon}$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις).



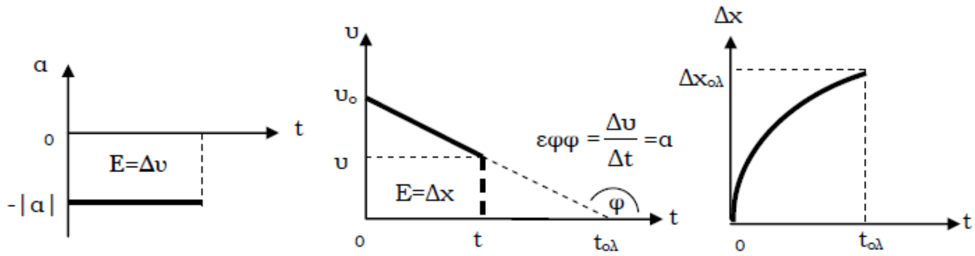
- Με την προϋπόθεση ότι το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα (υ>0), τότε α<0 οπότε:

$\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \rightarrow \Delta\upsilon = \alpha\,\Delta t \rightarrow$

$\upsilon - \upsilon_o = -|\alpha|(t - t_o) \rightarrow \ \upsilon = \upsilon_o - |\alpha|(t - t_o)$ αν $t_o = 0 \rightarrow \boxed{\upsilon = \upsilon_o - |\alpha| t} \quad (7)$

$$\Delta x = E = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}t = \frac{\upsilon_0 + \upsilon_0 - |\alpha| t}{2}t = \frac{2\upsilon_0 - |\alpha| t}{2}t \rightarrow \boxed{\Delta x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}|\alpha|\, t^2} \quad (8)$$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις είναι:



$\boxed{\alpha = \text{σταθερή}}$ $\quad$ $\boxed{\upsilon = \upsilon_o - |\alpha| t}$ $\quad$ $\boxed{\Delta x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}|\alpha|\, t^2}$

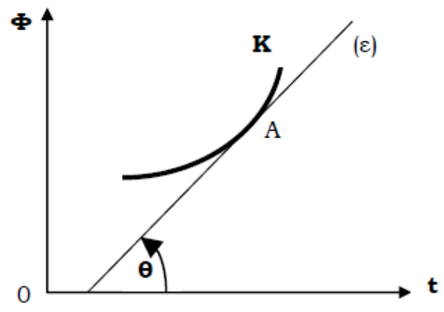
ΚΛΙΣΗ (ΕΥΘΕΙΑΣ Η ΚΑΜΠΥΛΗΣ) ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ

Στο διπλανό σχήμα έστω ότι με την καμπύλη **Κ**, παριστάνεται η μεταβολή ενός φυσικού μεγέθους Φ με την πάροδο του χρόνου t. Για να βρούμε την κλίση της καμπύλης στο σημείο Α ακολουθούμε τα εξής βήματα:

α) Φέρνουμε την εφαπτομένη ευθεία (ε) στο σημείο Α.

β) Προεκτείνουμε την ευθεία (ε) μέχρι το σημείο που τέμνει τον άξονα των χρόνων (t).

γ) Η εφαπτομένη της γωνίας θ που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα των t μας δίνει την κλίση της ευθείας στο σημείο Α. Δηλαδή :



$$\text{κλίση της } \mathbf{K}_{\text{στοA}} = \text{εφθ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ (σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων)}$$

Παρατηρήσεις:

1. Η κλίση καμπύλης αλλάζει από σημείο σε σημείο.
2. Η κλίση γραφικής παράστασης που είναι ευθεία γραμμή, έχει σε κάθε σημείο της την ίδια τιμή.
3. Η κλίση μπορεί να εκφράζει ένα καινούργιο φυσικό μέγεθος. Όταν ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας των χρόνων η κλίση στην περίπτωση αυτή εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του φυσικού μεγέθους Φ, αφού κλίση στο Α = εφθ = $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.
4. Όταν η καμπύλη **Κ ανεβαίνει** από τ' αριστερά προς τα δεξιά η **κλίση** είναι **θετική** γιατί όταν $0^0<\theta<90^0$ τότε εφθ>0
5. Όταν η καμπύλη **Κ κατεβαίνει** από τ' αριστερά προς τα δεξιά η **κλίση** είναι **αρνητική** γιατί όταν $90^0<\theta<180^0$ τότε εφθ<0

Παράδειγμα: *Τι κίνηση παριστάνουν τα παρακάτω διαγράμματα;* (σχ. 4, σχ. 5)

Η απάντηση είναι απλή:

- (σχ. 4) $\upsilon < 0$ και η κλίση της ευθείας είναι αρνητική ($\alpha < 0$) ,άρα $\alpha \uparrow\uparrow \upsilon_0$ άρα **επιταχυνόμενη** προς τα αρνητικά του άξονα.

- (σχ. 5) $\upsilon < 0$ και η κλίση της ευθείας είναι θετική ($\alpha > 0$), άρα $\alpha \downarrow\uparrow \upsilon_0$ άρα **επιβραδυνόμενη** προς τα αρνητικά του άξονα.

Ποιες εξισώσεις ισχύουν;

Προσοχή !!! Ισχύουν: $\mathbf{u = u_o + \alpha t}$ και $\mathbf{\Delta x = u_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2}$

αλλά όλα τα μεγέθη αντικαθίστανται με το **πρόσημό** τους (δηλαδή με τις **αλγεβρικές** τους **τιμές**).