

Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>  
Ενότητα 1<sup>η</sup> : Μηχανικά Κύματα  
Θεωρία  
Γ' Λυκείου



SCHOOLDOCTOR

## Τρέχοντα Κύματα

Κύμα ονομάζεται η διάδοση μιας διαταραχής σε όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου με ορισμένη ταχύτητα.

Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως και ύλη.

## Κατηγορίες κυμάτων

- Με κριτήριο την ενέργεια που μεταφέρουν τα κύματα διακρίνονται σε :

**Μηχανικά κύματα:** Τα κύματα που διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο και μεταφέρουν μηχανική ενέργεια.

**Ηλεκτρομαγνητικά κύματα:** Τα κύματα που διαδίδονται στο κενό ή στον αέρα, μεταφέρουν ενέργεια του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου και έχουν ταχύτητα που μπορεί να φτάσει και την ταχύτητα του φωτός.

- Με κριτήριο τη διεύθυνση στην οποία κινούνται τα σημεία του ελαστικού μέσου, τα κύματα διακρίνονται σε **εγκάρσια** και σε **διαμήκη**.

**Εγκάρσια** ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με "όροι" και "κοιλιάδες". Τέτοια κύματα διαδίδονται κατά μήκος μιας χορδής. Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται

στα στερεά. Τα κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια των υγρών μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση εγκάρσια.

**Διαμήκη** ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με "πυκνώματα" και "αραιώματα". Τα διαμήκη διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.

- Με κριτήριο τις διαστάσεις του ελαστικού μέσου στα οποία διαδίδονται τα κύματα διακρίνονται σε γραμμικά, επιφανειακά, κύματα χώρου.

**Γραμμικά:** Λέγονται τα κύματα τα οποία διαδίδονται κατά μήκος ενός γραμμικού μέσου.

**Επιφανειακά:** Λέγονται τα κύματα τα οποία διαδίδονται σε δύο διαστάσεις.

**Κύματα χώρου:** Λέγονται τα κύματα τα οποία διαδίδονται σε τρεις διαστάσεις.

Η περίοδος ( $T$ ) του κύματος είναι το χρονικό διάστημα στο οποίο ένα σωματίδιο του μέσου ολοκληρώνει την κίνησή του (αρμονική ταλάντωση). Επομένως περίοδος του κύματος είναι επίσης το χρονικό διάστημα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται.

Η συχνότητα ( $f$ ) με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία του μέσου ονομάζεται και συχνότητα του κύματος. Η συχνότητα του κύματος δείχνει τον αριθμό των κορυφών (αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα) ή των πυκνωμάτων (αν πρόκειται για διάμηκες) που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου κατά τη διάδοση του κύματος.

Η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου ονομάζεται μήκος κύματος και συμβολίζεται με  $\lambda$ .

Αν η πηγή εκτελεί περιοδική κίνηση τα σωματίδια του μέσου κινούνται επίσης περιοδικά. Το κύμα που προκύπτει τότε είναι ένα περιοδικό κύμα. Ειδικότερα, αν η κίνηση της πηγής είναι απλή αρμονική ταλάντωση όλα τα σωματίδια του μέσου εκτελούν επίσης απλή αρμονική ταλάντωση και το κύμα ονομάζεται ημιτονοειδές ή αρμονικό.

### Ταχύτητα διάδοσης.

Η ταχύτητα διάδοσης σε ένα ελαστικό μέσο είναι σταθερή. Αν σε χρόνο  $t$  το κύμα διαδοθεί σε απόσταση  $x$  από την πηγή τότε η ταχύτητα διάδοσης δίνεται από την σχέση:

$$c = \lambda \cdot f$$

Απόδειξη:

$$x = c \cdot t \xrightarrow{\text{οταν } t=T \rightarrow x=\lambda} \lambda = c \cdot \frac{1}{f} \rightarrow c = \lambda \cdot f$$

### Εξισώσεις γραμμικού αρμονικού κύματος

➤ Όταν το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά.

Εξίσωση απομάκρυνσης

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

Εξίσωση ταχύτητας

$$v = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

Εξίσωση επιτάχυνσης

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

➤ Όταν το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά.

Εξίσωση απομάκρυνσης

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

Εξίσωση ταχύτητας

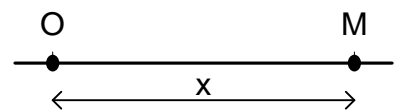
$$v = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

Εξίσωση επιτάχυνσης

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]$$

Απόδειξη:

Ας υποθέσουμε ότι η πηγή αρμονικής διαταραχής  $O$  αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  και ότι η ταλάντωσή της περιγράφεται από τη σχέση  $y = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$ . Ένα σημείο  $M$  του ελαστικού μέσου θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t_1 = x / c$ .

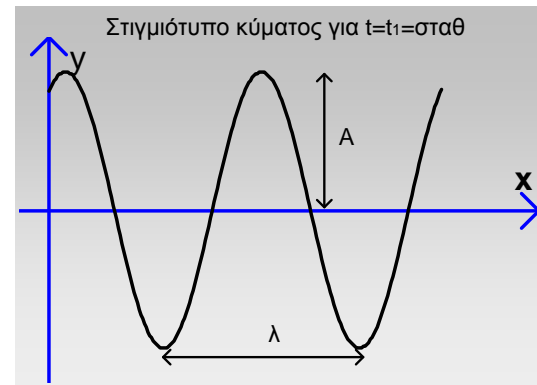


Επομένως τη χρονική στιγμή  $t$ , το σημείο  $M$  θα ταλαντώνεται επί χρόνο  $t' = t - t_1 = t - x/c$  και, με την προϋπόθεση ότι το πλάτος της ταλάντωσης του  $M$  είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης του  $O$ , η εξίσωση της κίνησής του θα είναι

$$\begin{aligned}
 y &= A \cdot \eta\mu(\omega t' + \phi_0) \xrightarrow{t' = t - \frac{x}{c}} y = A \cdot \eta\mu \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \phi_0 \right] \rightarrow \\
 &\rightarrow y = A \cdot \eta\mu \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right) + \phi_0 \right] \rightarrow y = A \cdot \eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{cT} \right) + \phi_0 \right] \rightarrow \\
 &\xrightarrow{cT = \lambda} y = A \cdot \eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right] \rightarrow y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right] \\
 v &= \frac{dy}{dt} \rightarrow v = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right] \\
 a &= \frac{dv}{dt} \rightarrow a = -A \cdot \omega^2 \cdot \eta\mu 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \right]
 \end{aligned}$$

### Στιγμιότυπο του κύματος.

Για δεδομένη χρονική στιγμή ( $t = t_1$ ) και  $\phi_0 = 0$  η σχέση της εξίσωσης του κύματος παίρνει τη μορφή



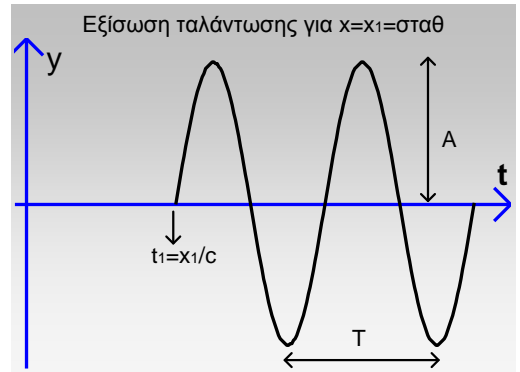
$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \text{σταθ} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

και δίνει την απομάκρυνση κάθε σημείου του μέσου συναρτήσει της απόστασής του από την πηγή. Το διάγραμμα αυτής της συνάρτησης, δίνει τη θέση των διαφόρων σημείων του μέσου μια ορισμένη χρονική στιγμή και ονομάζεται **στιγμιότυπο του κύματος**.

**Ταλάντωση ενός σημείου του μέσου.**

Για ορισμένη απόσταση από την πηγή ( $x=x_1$ ), και  $\phi_0=0$  η σχέση της εξίσωσης του κύματος παίρνει τη μορφή

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \text{σταθ} \right)$$

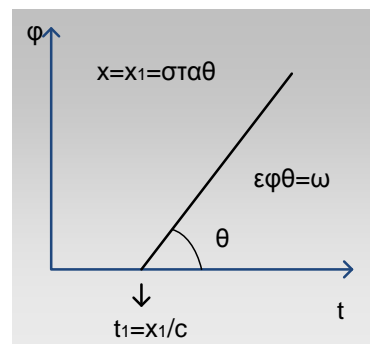


**Φάση του κύματος.**

$$\phi = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Η γωνία αυτή καθορίζει οποιαδήποτε χρονική στιγμή την απομάκρυνση των διαφόρων σημείων του μέσου διάδοσης και ονομάζεται **φάση του κύματος**. Η φάση είναι συνάρτηση του χρόνου  $t$  και της θέσης  $x$  του υλικού σημείου. Η φάση του κύματος δεν μπορεί να είναι αρνητική.

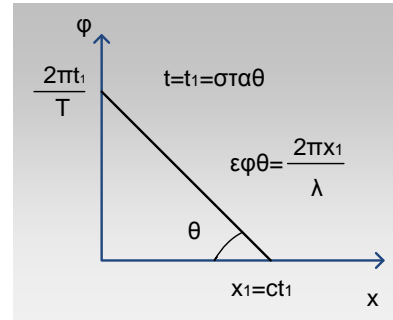
**Φάση του κύματος για συγκεκριμένο  $x=x_1=σταθ$ .**



$$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \text{σταθ.}\right)$$

Φάση του κύματος για συγκεκριμένο  $t=t_1=\text{σταθ.}$

$$\phi = 2\pi\left(\text{σταθ.} - \frac{x}{\lambda}\right)$$



Διαφορά φάσης δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή.

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \\ \phi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda}\right) \\ \phi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_1}{\lambda}\right) \end{array} \right\} \rightarrow \Delta\phi = 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda} - \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) \rightarrow \Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Διαφορά φάσης ενός σημείου σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta t}{T}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \\ \phi_2 = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \\ \phi_1 = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \end{array} \right\} \rightarrow \Delta\phi = 2\pi \cdot \left(\frac{t_2}{T} + \frac{x}{\lambda} - \frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \rightarrow \Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta t}{T}$$



**Συμφωνία και αντίθεση φάσης μεταξύ δύο σημείων.**

Σε συμφωνία φάσης βρίσκονται δύο σημεία όταν έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης. Για τα σημεία αυτά ισχύουν :

$$\Delta x = \kappa \cdot \lambda \quad , \kappa = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta \phi = 2\kappa\pi$$

Σε αντίθεση φάσης βρίσκονται δύο σημεία όταν έχουν κάθε χρονική στιγμή την αντίθετη απομάκρυνση και την αντίθετη ταχύτητα ταλάντωσης. Για τα σημεία αυτά ισχύουν :

$$\Delta x = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad , \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta \phi = (2\kappa + 1)\pi$$

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός κύματος κάποια χρονική στιγμή.

Η ταλάντωση του υλικού σημείου που βρίσκεται στη θέση Μ είναι σε συμφωνία φάσης με τις ταλαντώσεις των σημείων που βρίσκονται στις θέσεις Ο, Λ και Σ και σε αντίθεση φάσης με τις ταλαντώσεις των υλικών σημείων που βρίσκονται στις θέσεις Ν, Κ, Ρ και Τ.

