

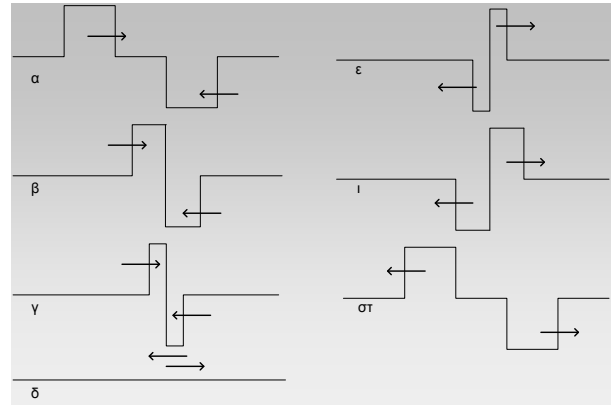
Κεφάλαιο 2^ο
Ενότητα 2^η : Συμβολή κυμάτων
Θεωρία
Γ' Λυκείου



SCHOOLDOCTOR

Αρχή της επαλληλίας

Όταν σε ένα μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα.



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το αποτέλεσμα της ταυτόχρονης διάδοσης δύο παλμών κατά μήκος ενός σχοινιού, στο ίδιο επίπεδο, με αντίθετες κατευθύνσεις. Όταν οι δυο παλμοί συναντώνται, τα μόρια του σχοινιού έχουν απομάκρυνση ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που θα είχαν αν οι δυο παλμοί διαδίδονταν ξεχωριστά.

Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο στην περίπτωση που τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε να μεταβάλλουν τις ιδιότητες-του μέσου στο οποίο διαδίδονται. Στην περίπτωση αυτή, οι δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων του μέσου δεν είναι ελαστικές και κατά συνέπεια δεν δρουν ως δυνάμεις επαναφοράς. Τέτοιες περιπτώσεις παραβίασης της αρχής της επαλληλίας έχουμε στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.

Συμβολή κυμάτων

Σύμφωνες ονομάζονται δύο πηγές όταν η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων τους παραμένει σταθερή. Οι σύμφωνες πηγές έχουν την ίδια συχνότητα και διαφορετική αρχική φάση.

Σύγχρονες ονομάζονται δύο πηγές όταν η διαφορά φάσης των ταλαντώσεών τους είναι συνεχώς ίση με μηδέν. Οι σύγχρονες πηγές έχουν την ίδια συχνότητα και την ίδια αρχική φάση.

Συμβολή ονομάζουμε το αποτέλεσμα της επαλληλίας δύο ή περισσότερων κυμάτων τα οποία διαδίδονται ταυτόχρονα στην ίδια περιοχή του ελαστικού μέσου.

Αν τα κύματα που διαδίδονται είναι στο ίδιο επίπεδο και η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι ίδια και για τα δύο κύματα, τότε η απομάκρυνση κάθε σημείου του μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που προκαλεί κάθε κύμα ξεχωριστά στο σημείο αυτό. Μελετώντας τη συμβολή δύο κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν σημεία που παραμένουν ακίνητα και σημεία που ταλαντώνονται πολύ έντονα. Αυτό εξηγείται ως εξής:

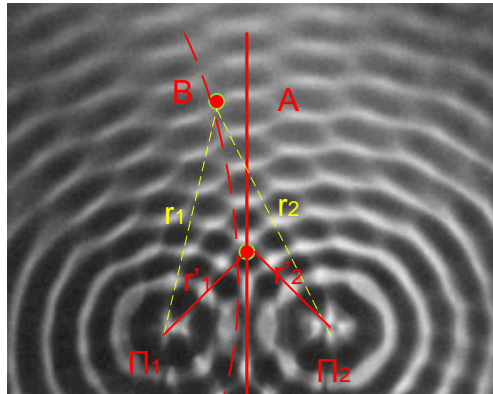
Θεωρούμε ότι τα σημεία P_1 και P_2 της επιφάνειας του υγρού είναι σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων του ίδιου πλάτους που ταλαντώνονται κατακόρυφα. Τα κύματα που ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές φτάνουν ταυτόχρονα στο σημείο A της μεσοκαθέτου P_1P_2 . Συνεπώς, όταν στο σημείο A φτάνει "όρος" από την πηγή P_1 , θα φτάνει "όρος" και από την πηγή P_2 . Το αποτέλεσμα, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, θα είναι να δημιουργηθεί "όρος" στο σημείο A με διπλάσιο ύψος. Μετά από χρόνο $T/2$ φτάνουν ταυτόχρονα στο σημείο A δύο "κοιλιάδες", με αποτέλεσμα να εμφανίζεται τώρα στο σημείο αυτό κοιλιάδα με διπλάσιο βάθος. Όταν συμβαίνουν τα παραπάνω, λέμε ότι τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο A .

Ενισχυτική συμβολή συμβαίνει σε όλα τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις από τις πηγές P_1 και P_2 διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.

$$|r_1 - r_2| = \kappa \cdot \lambda, \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Αντίστοιχα αποδεικνύεται ότι υπάρχουν σημεία στα οποία τα κύματα αλληλοαναιρούνται. Ένα τέτοιο σημείο είναι το σημείο B . Στο σημείο αυτό φτάνει ταυτόχρονα "όρος" από τη μια πηγή και "κοιλιάδα" από την άλλη. Το αποτέλεσμα είναι τα κύματα να αλληλοαναιρούνται και το σημείο B να παραμένει ακίνητο. Τότε λέμε ότι τα κύματα συμβάλλουν ακυρωτικά στο

σημείο Β.



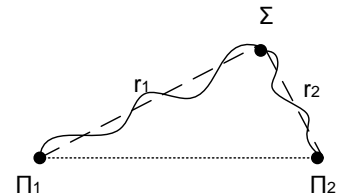
Ακυρωτική συμβολή συμβαίνει σε όλα τα σημεία των οποίων οι αποστάσεις τους από τις πηγές Π1 και Π2 διαφέρουν κατά περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος.

$$|r_1 - r_2| = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Όλα τα υπόλοιπα σημεία της επιφάνειας εκτελούν ταλάντωση με ενδιάμεσο πλάτος.

Μαθηματική μελέτη της συμβολής

Υποθέτουμε ότι δύο σημεία Π1 και Π2 της επιφάνειας του υγρού γίνονται σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους. Επειδή τα κύματα διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα, θα έχουν και το ίδιο μήκος κύματος. Θεωρούμε ένα σημείο Σ, το οποίο απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές Π1 και Π2 αντίστοιχα. Η απομάκρυνση του σημείου Σ που οφείλεται σε κάθε κύμα χωριστά υπολογίζεται ακολούθως:



$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \\ y_2 &= A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \eta\mu\frac{\alpha+\beta}{2}} y = y_1 + y_2 \rightarrow$$

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

Το πλάτος της ταλάντωσης δίνεται από την σχέση:

$$A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right)$$

Σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

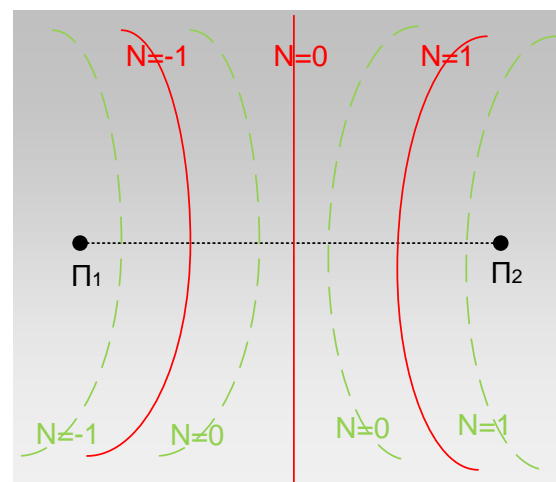
$$\text{Πρέπει } A' = \pm 2A \rightarrow 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) = \pm 2A \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) = \sigma\upsilon\nu k\pi \rightarrow 2\pi \left| \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right| = k\pi \rightarrow$$

$$|r_1 - r_2| = \kappa \cdot \lambda, \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Σημεία

που παραμένουν ακίνητα.



$$\text{Πρέπει } A' = 0 \rightarrow 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) = \sigma\upsilon\nu(2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} \rightarrow 2\pi \left| \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right| = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} \rightarrow$$