Κεφάλαιο 3-Κινητική Θεωρία

Β΄ Λυκείου

SCHOOLDOCTOR

1. Μακροσκοπική και μικροσκοπική μελέτη

Για να μελετήσουμε πως συμπεριφέρεται ένα αέριο, π.χ. όταν η θερμοκρασία του διατηρείται σταθερή ενώ μεταβάλλεται ο όγκος του, μετρούμε με ένα μανόμετρο την πίεση που έχει το αέριο κάθε φορά και καταλήγουμε έπειτα από πολλές μετρήσεις στο γνωστό όπως θα δούμε νόμο PV = σταθερό. Η πειραματική αυτή μελέτη της συμπεριφοράς του αερίου ονομάζεται ***μακροσκοπική*** και τα μεγέθη που χρησιμοποιεί, όπως π.χ. η πίεση, ο όγκος, η θερμοκρασία ονομάζονται **μακροσκοπικά** ή **θερμοδυναμικά** μεγέθη, ή **θερμοδυναμικές μεταβλητές**.
Μπορούμε επίσης να μελετήσουμε τη συμπεριφορά των αερίων θεωρητικά, αν λάβουμε υπόψη ότι το αέριο αποτελείται από μόρια τα οποία κινούνται, συγκρούονται, χτυπούνε τα τοιχώματα του δοχείου κ.λ.π. Η περιγραφή της συμπεριφοράς του αερίου με τον τρόπο αυτό λέγεται ***μικροσκοπική***. Ετσι:

- **Μακροσκοπική** ονομάζεται η μελέτη ενός φαινόμενου, όταν σ' αυτή δεν υπεισέρχονται υποθέσεις, θεωρίες ή μεγέθη που έχουν σχέση με τη δομή ή τη σύσταση των αντικειμένων που συμμετέχουν στο φαινόμενο.
- **Μικροσκοπική** ονομάζεται η μελέτη ενός φαινόμενου που παίρνει υπόψη της υποθέσεις, θεωρίες ή και μεγέθη που έχουν σχέση με τη δομή ή τη σύσταση των αντικειμένων που συμμετέχουν στο φαινόμενο.

ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ - ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

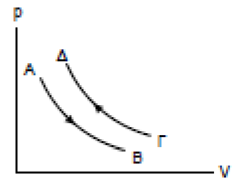
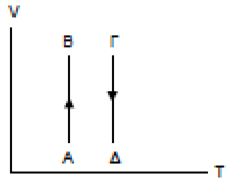
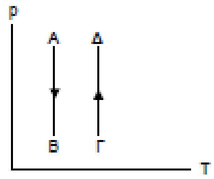
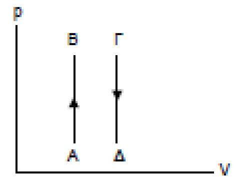
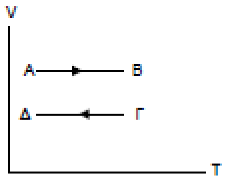
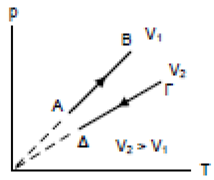
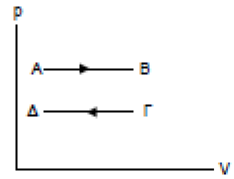
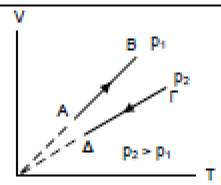
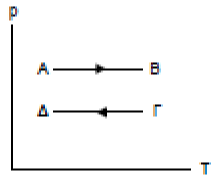
Από τον συνδυαστικό νόμο (βλέπε απόδειξη παρακάτω) που ισχύει για οποιαδήποτε μεταβολή, αρκεί η **μάζα του αερίου να παραμένει σταθερή** , προκύπτουν εύκολα οι νόμοι των αερίων:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow$$

$\xrightarrow{T=\text{σταθ.}}$ $p_1V_1=p_2V_2$ (pV=σταθ. Νόμος Boyle)

$\xrightarrow{V=\text{σταθ.}}$ $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ ($\frac{p}{T}$ = σταθ. Νόμος Charles)

$\xrightarrow{p=\text{σταθ.}}$ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ($\frac{V}{T}$ = σταθ. Νόμος Cay Lussac)

	p - V	V - T	p - T
ΙΣΟΘΕΡΜΗ	 *Α→Β Εκτόνωση* *Γ→Δ Συμπίεση*	 *Α→Β Εκτόνωση* *Γ→Δ Συμπίεση*	 *Α→Β Εκτόνωση* *Γ→Δ Συμπίεση*
ΙΣΟΧΩΡΗ	 *Α→Β Θέρμανση* *Γ→Δ Ψύξη*	 *Α→Β Θέρμανση* *Γ→Δ Ψύξη*	 *Α→Β Θέρμανση* *Γ→Δ Ψύξη*
ΙΣΟΒΑΡΗΣ	 *Α→Β Εκτόνωση -Θέρμανση* *Γ→Δ Συμπίεση -Ψύξη*	 *Α→Β Εκτόνωση -Θέρμανση* *Γ→Δ Συμπίεση -Ψύξη*	 *Α→Β Εκτόνωση -Θέρμανση* *Γ→Δ Συμπίεση -Ψύξη*

4. Κινητική Θεωρία

Η μακροσκοπική συμπεριφορά των αερίων ερμηνεύτηκε ικανοποιητικά με την **κινητική θεωρία** των αερίων. Βασίστηκε στην υπόθεση ότι τα αέρια αποτελούνται από πολύ μεγάλο πλήθος μικροσκοπικών σφαιριδίων που κινούνται τυχαία (άτακτα) μέσα στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο. Τα σφαιρίδια αυτά δεν είναι τίποτα άλλο από τα μόρια του αερίου.

Παραδοχές κινητικής θεωρίας

1. *Τα μόρια του αερίου συμπεριφέρονται ως πανομοιότυπες μικροσκοπικές απόλυτα ελαστικές σφαίρες.*
2. *Ο όγκος που καταλαμβάνει η μάζα των μορίων είναι αμελητέος σε σύγκριση με τον όγκο του δοχείου.*
3. *Στα μόρια του αερίου δεν ασκούνται δυνάμεις παρά μόνο τη στιγμή της κρούσης με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου. Έτσι, η κίνηση τους, στο μεσοδιάστημα μεταξύ δύο κρούσεων, είναι ευθύγραμμη ομαλή.*
4. *Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα είναι ελαστικές, οπότε η κινητική ενέργεια του μορίου δεν μεταβάλλεται μετά την κρούση του με το τοίχωμα.*
5. *Τα μόρια βρίσκονται σε μια διαρκή και τυχαία κίνηση με τυχαία διεύθυνση και με την ίδια πιθανότητα κίνησης προς όλες τις διευθύνσεις (αρχή μοριακού χάους).*
6. *Η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα.*

7. *Στις κινήσεις και στις κρούσεις των μορίων ισχύουν οι νόμοι της* κλασικής μηχανικής.

Αποτελέσματα κινητικής θεωρίας

Οι παραδοχές της κινητικής θεωρίας σε συνδυασμό με τις εφαρμογές των νόμων της μηχανικής μας δίνουν τη σχέση

$$\boxed{P = \frac{1}{3}\cdot\frac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}} \quad (1)$$

όπου N ο αριθμός των μορίων του αερίου,
m η μάζα κάθε μορίου,
V ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο και
$\overline{\upsilon^2}$ η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου.

Επειδή το γινόμενο Nm είναι η ολική μάζα του αερίου και το V είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο, τότε η πυκνότητά του θα είναι ο λόγος $\rho = \frac{Nm}{V}$. Έτσι από τη σχέση (1) παίρνουμε τη σχέση

$$\boxed{P = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}} \quad (2)$$

που συνδέει την πίεση **P** σε συνάρτηση με την πυκνότητα **ρ**.

Κινητική θεωρία των αερίων

- ***Μέση ταχύτητα των μορίων ενός αερίου***

$$\boxed{\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \dots + \upsilon_N}{N}}$$

- ***Μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου***

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_N}{N} = \frac{1/2m\upsilon_1^2 + 1/2m\upsilon_2^2 + \dots 1/2m\upsilon_N^2}{N} = \frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \dots + \upsilon_N^2}{N}\right) = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}$$

δηλαδή : $\boxed{\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \dots \upsilon_N^2}{N}}$

- ***Μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός αερίου***
  - *Μια άλλη μορφή της καταστατικής εξίσωσης:*

$$pV = nRT \xrightarrow{n=\frac{N}{N_A}} pV = N\frac{R}{N_A}T \xrightarrow{k=\frac{R}{N_A}} \boxed{pV = NkT} \quad (1)$$

  - *Σχέση θερμοκρασίας και μέσης μεταφορικής κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου:*

$$p = \frac{1}{3}\frac{N \cdot m \cdot \overline{\upsilon^2}}{V} \rightarrow pV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m \cdot \overline{\upsilon^2}\right) \xrightarrow{\bar{K}=\frac{1}{2}m\cdot\overline{\upsilon^2}} pV = \frac{2}{3}N\bar{K} \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε: $NkT = \frac{2}{3}N\bar{K} \rightarrow \boxed{T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\cdot\bar{K}}$ (3)

- *Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η θερμοκρασία ενός αερίου είναι το μακροσκοπικό αποτέλεσμα της μεταφορικής κίνησης των μορίων του αερίου.*
- *Μέση μεταφορική κινητική ενέργεια και θερμοκρασία του αερίου:*

Αν λύσουμε τη σχέση (3) ως προς $\bar{K}$ έχουμε: $\boxed{\bar{K} = \frac{3}{2}kT}$ (4)

- *Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός αερίου είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.*

➢ *Ενεργός ταχύτητα*

Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός αερίου μπορεί να πάρει τις παρακάτω εκφράσεις:

α) $P = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2} \Rightarrow \overline{\upsilon^2} = \frac{3P}{\rho} \Rightarrow \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}}$

β) $\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \Rightarrow \overline{\upsilon^2} = \frac{2\overline{K}}{m} \Rightarrow \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{2\overline{K}}{m}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{2\overline{K}}{m}}}$

γ) $\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \Rightarrow \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \Rightarrow \overline{\upsilon^2} = \frac{3kT}{m} \Rightarrow \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}}$

δ) $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}$ (5)

- Παρατηρούμε ότι αν έχουμε δύο ή περισσότερα διαφορετικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία θα έχουν και ίδια $\overline{K}$ (σχέση 4), αλλά διαφορετική ενεργό ταχύτητα, αφού αυτή εξαρτάται και από τη γραμμομοριακή μάζα του κάθε αερίου (σχέση 5).

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- *Η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου και το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας έχουν διαφορετικές τιμές:*

  $\overline{\upsilon^2} \neq (\overline{\upsilon})^2$ ή $\sqrt{\overline{\upsilon^2}} \neq \overline{\upsilon}$ ή $\upsilon_{\varepsilon\nu} \neq \overline{\upsilon}$

- ***Προσοχή !!!*** $\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 = \left(\sqrt{\overline{\upsilon^2}}\right)^2 = \overline{\upsilon^2}$ *δηλαδή η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων είναι ίση με τη ενεργό ταχύτητα υψωμένη στο τετράγωνο, άρα οι σχέσεις της θεωρίας (σελίδα 4) μπορούν να πάρουν και άλλη μορφή.*

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm\upsilon_{\varepsilon\nu}^2}{V} \quad ή \quad p = \frac{1}{3}\rho\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 \quad και \quad \overline{K} = \frac{1}{2}m\upsilon_{\varepsilon\nu}^2$$

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΟ 1^{Ο} ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1. Ασκήσεις στους νόμους των αερίων – Καταστατική εξίσωση.
2. Ασκήσεις στη καταστατική εξίσωση – πυκνότητα – Συνδυαστικός νόμος.
3. Ασκήσεις όπου αλλάζει η μάζα του αερίου με κάποιο τρόπο.
4. Ασκήσεις που αναφέρονται σε δοχεία που χωρίζονται με έμβολο. (1.34)
5. Ασκήσεις με αέρια που βρίσκονται σε οριζόντια ή κατακόρυφα δοχεία που κλείνονται με έμβολο. (1.31, 1.32, 1.36)
6. Ασκήσεις που αναφέρονται σε δοχεία που συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου ή στρόφιγγα – ανάμιξη αερίων. (1.35)
7. Ασκήσεις στις εξισώσεις της κινητικής θεωρίας.

Παρατηρήσεις - Μεθοδολογία των ασκήσεων

1. Μονάδα μέτρησης του όγκου στο S.I. είναι το 1 m^3. Άλλες μονάδες μέτρησης του όγκου είναι το λίτρο (L) και το mL. Για τις μετατροπές ισχύουν:

$$1\,m^3 = 10^3\,L \quad \text{και} \quad 1\,L = 10^{-3}\,m^3$$

$$1\,L = 10^3\,mL \quad \text{και} \quad 1\,mL = 10^{-3}\,L$$

Επίσης να θυμίσουμε ότι: $1\,L = 1\,dm^3$ και $1\,mL = 1\,cm^3$.

2. Μονάδα μέτρησης της πίεσης στο S.I. είναι το $1\,{}^{N}\!/_{m^2}$ που προκύπτει από τον ορισμό της[1] και ονομάζεται Pascal (Pa). Άλλη μονάδα μέτρησης της πίεσης είναι η ατμόσφαιρα (atm). Για τις μετατροπές ισχύουν:

$$1\,atm = 1{,}013 \cdot 10^5\,{}^{N}\!/_{m^2}$$

3. Η θερμοκρασία πρέπει πάντα να μετριέται σε ^{0}K (Kelvin). Αν θ η θερμοκρασία σε ^{0}C και T η θερμοκρασία σε ^{0}K ισχύει ότι:

$$T(^\circ K) = 273 + \theta(^\circ C)$$

Η θερμοκρασία **-273^0** K ονομάζεται **απόλυτο** μηδέν.

4. Η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχει τη μορφή

$$PV = nRT$$

Ο αριθμός *n* των *mol* εκφράζεται με τους παρακάτω τρόπους:

α) $n = \frac{m}{M}$, όπου m η μάζα και M η γραμμομοριακή μάζα του αερίου.

β) $n = \frac{V}{V_{mol}}$, όπου V ο όγκος και V_{mol} ο γραμμομοριακός όγκος του αερίου στις ίδιες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας.

γ) $n = \frac{N}{N_A}$, όπου N ο αριθμός των μορίων του αερίου και N_A η σταθερά του Avogadro (N_A = ο αριθμός των μορίων που περιέχονται σε 1 mol οποιουδήποτε αερίου = $6{,}023 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol).

Έτσι η καταστατική εξίσωση των ιδανικών μπορεί να πάρει τις παρακάτω ισοδύναμες μορφές:

$$PV = nRT \quad \text{ή} \quad PV = \frac{m}{M}RT \quad \text{ή} \quad PV = \frac{V}{V_{mol}}RT \quad \text{ή} \quad PV = \frac{N}{N_A}RT$$

5. Η καταστατική εξίσωση ισχύει για κάθε κατάσταση ισορροπίας ενός ιδανικού αερίου. Έτσι, σε μια μεταβολή από την κατάσταση $A(P_1, V_1, T_1)$ στην κατάσταση $B(P_2, V_2, T_2)$, μπορούμε να εφαρμόσουμε την καταστατική εξίσωση για τις δύο καταστάσεις και να συνδυάσουμε τις σχέσεις που προκύπτουν.

$$\left.\begin{array}{l} P_1V_1 = nRT_1 \\ P_2V_2 = nRT_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{P_1V_1}{T_1} = nR \\ \frac{P_2V_2}{T_2} = nR \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

☛ Η τελευταία εξίσωση ισχύει για <u>οποιαδήποτε μεταβολή ενός ιδανικού αερίου</u>, αρκεί η μάζα του να διατηρείται σταθερή.

6. Όταν κατά τη διάρκεια της μεταβολής ενός ιδανικού αερίου η μάζα του μεταβάλλεται, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πάλι την καταστατική εξίσωση. Έτσι, σε μια μεταβολή από την κατάσταση $A(n_1, P_1, V_1, T_1)$ στην κατάσταση $B(n_2, P_2, V_2, T_2)$ έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} P_1V_1 = nRT_1 \\ P_2V_2 = nRT_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{P_1V_1}{n_1T_1} = R \\ \frac{P_2V_2}{n_2T_2} = R \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

7. Η μάζα μιας ποσότητας ιδανικού αερίου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$, όπου V ο όγκος και ρ η πυκνότητα του αερίου στις ίδιες συνθήκες. Όταν, όμως, δεν δίνεται η πυκνότητα ρ του αερίου, τότε η μάζα του θα υπολογιστεί από την καταστατική εξίσωση. Έχουμε:

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = \frac{PVM}{RT}$$

8. Με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης μπορεί να υπολογιστεί η πυκνότητα ενός ιδανικού αερίου. Έχουμε:

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

Όταν γνωρίζουμε την πυκνότητα ρ_1 σε πίεση P_1 και θερμοκρασία T_1, τότε μπορούμε να βρούμε την πυκνότητα ρ_2 σε πίεση P_2 και θερμοκρασία T_2, εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση:

$$\left.\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{P_1 M}{RT_1} \\ \rho_2 &= \frac{P_2 M}{RT_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1}\frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1}\frac{T_1}{T_2}$$

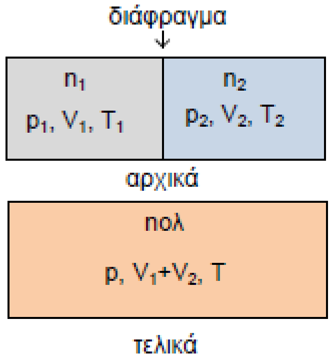
9. Όταν ένα δοχείο περιέχει n_A mol ενός ιδανικού αερίου Α και n_B mol ενός ιδανικού αερίου Β, τότε η καταστατική εξίσωση ισχύει και για το μίγμα των αερίων και γράφεται:

$$\boxed{PV = (n_A + n_B)RT}$$

Αν M_A και M_B είναι οι γραμμομοριακές μάζες των δύο αερίων, αντίστοιχα, τότε η γραμμομοριακή μάζα του μίγματος Μ είναι:

$$M = \frac{m_{ολ}}{n_{ολ}} \Rightarrow M = \frac{m_A + m_B}{n_A + n_B} \Rightarrow M = \frac{n_A M_A + n_B M_B}{n_A + n_B}$$

10. Κατά την ανάμειξη δύο διαφορετικών ιδανικών αερίων ή δύο ποσοτήτων του ίδιου ιδανικού αερίου, που βρίσκονται σε διαφορετικές συνθήκες, εφαρμόζουμε την καταστατική για κάθε αέριο χωριστά και για το μίγμα.



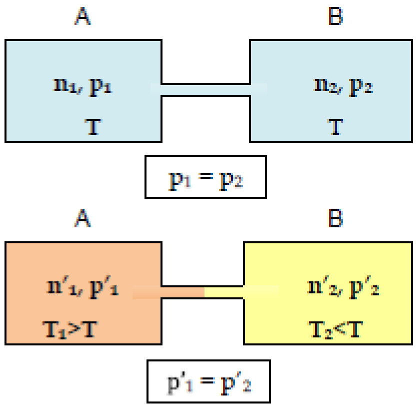
$$P_1V_1 = n_1RT_1 \quad (1) \qquad\qquad P_2V_2 = n_2RT_2 \quad (2)$$

$$P(V_1+V_2) = n_{ολ}RT \quad (3)$$

Επειδή σε κάθε ανάμειξη η μάζα διατηρείται, έχουμε:

$$\boxed{n_1 + n_2 = n_{ολ}} \overset{(1),(2),(3)}{\Rightarrow} \frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P(V_1+V_2)}{T}$$

11. Όταν δύο δοχεία Α και Β που περιέχουν ιδανικό αέριο συγκοινωνούν μεταξύ τους με λεπτό σωλήνα αμελητέου όγκου, με ή χωρίς στρόφιγγα, τότε σε κάθε κατάσταση ισορροπίας του συστήματος η πίεση που επικρατεί στο εσωτερικό των δύο δοχείων έχει την ίδια τιμή, δηλαδή ισχύει $\boxed{P_1 = P_2}$. Αν μεταβληθεί η θερμοκρασία του αερίου στο ένα ή και στα δύο δοχεία, τότε θα έχουμε μετακίνηση μορίων από το ένα δοχείο στο άλλο, ώστε η νέα πίεση στο εσωτερικό των δύο δοχείων να αποκτήσει την ίδια τιμή, κατά κανόνα διαφορετική από την αρχική, δηλαδή ισχύει $P_1' = P_2'$[2]. Στην περίπτωση αυτή μεταβάλλεται ο αριθμός των mol του αερίου σε κάθε δοχείο, αλλά ο συνολικός αριθμός των mol στα δύο δοχεία παραμένει ο ίδιος. Αν, λοιπόν, n_1 και n_2 είναι τα mol του αερίου στα δύο δοχεία αρχικά και n_1' και n_2' τα mol του αερίου στα δύο δοχεία τελικά, θα ισχύει:



$$\boxed{n_1 + n_2 = n_1' + n_2'}$$

Τα n_1, n_2, n_1' και n_2' υπολογίζονται από την καταστατική εξίσωση που εδώ πρέπει να εφαρμοστεί τέσσερις φορές: δύο για το αέριο στο δοχείο Α και δύο για το αέριο στο δοχείο Β.

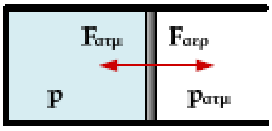
[2] Αν η θερμοκρασία του αερίου στο δοχείο Α αυξηθεί και ταυτόχρονα η θερμοκρασία του αερίου στο δοχείο Β μειωθεί, τότε θα έχουμε μετακίνηση μορίων από το δοχείο Α στο δοχείο Β, μέχρι να εξισωθούν εκ νέου οι πιέσεις στα δύο δοχεία.

12. Ένα έμβολο που είναι αρχικά ακίνητο και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές ισορροπεί, όταν οι πιέσεις στις δύο όψεις του εμβόλου είναι ίσες.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$$

α) <u>*Όταν ο άξονας του δοχείου είναι οριζόντιος*</u>

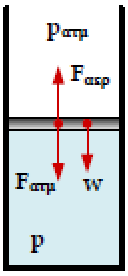
Όταν μια ποσότητα αερίου περιέχεται σε οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο που είναι ανοιχτό στο ένα άκρο του και κλείνεται αεροστεγώς με ευκίνητο έμβολο εμβαδού διατομής Α, τότε η πίεση Ρ του αερίου είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση $P_{ατμ.}$. Έχουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{αερ.} = F_{ατμ.} \Rightarrow \frac{F_{αερ.}}{A} = \frac{F_{ατμ.}}{A} \Rightarrow \boxed{P = P_{ατμ.}}$$

β) <u>*Όταν ο άξονας του δοχείου είναι κατακόρυφος*</u>

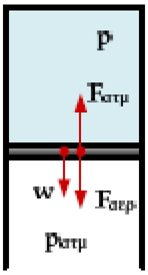
Όταν μια ποσότητα αερίου περιέχεται σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο που είναι ανοικτό στο ένα άκρο του και κλείνεται αεροστεγώς με ευκίνητο έμβολο βάρους $\vec{w}$ και εμβαδού διατομής Α, τότε:



- Αν το δοχείο είναι ανοικτό στο πάνω άκρο του, η πίεση Ρ του αερίου είναι ίση με το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης $P_{ατμ.}$ και της πίεσης που ασκεί στο αέριο το έμβολο με το βάρος του. Έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{αερ.} = F_{ατμ.} + w \Rightarrow \frac{F_{αερ.}}{A} = \frac{F_{ατμ.}}{A} + \frac{w}{A} \Rightarrow$$

$$\boxed{P = P_{ατμ.} + \frac{w}{A}}$$

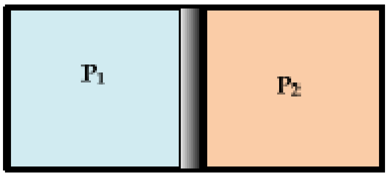


- Αν το δοχείο είναι ανοικτό στο κάτω άκρο του, η πίεση Ρ του αερίου είναι ίση με τη διαφορά της ατμοσφαιρικής πίεσης $P_{ατμ.}$ και της πίεσης που ασκεί στο αέριο το έμβολο με το βάρος του. Δηλαδή:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{αερ.} + w = F_{ατμ.} \Rightarrow \frac{F_{αερ.}}{A} + \frac{w}{A} = \frac{F_{ατμ.}}{A} \Rightarrow$$

$$\frac{F_{αερ.}}{A} = \frac{F_{ατμ.}}{A} - \frac{w}{A} \Rightarrow \boxed{P = P_{ατμ.} - \frac{w}{A}}$$

γ) *Όταν υπάρχει αέριο και από τις δύο πλευρές του εμβόλου*

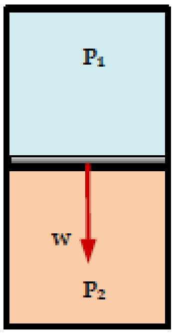


Όταν ένα κυλινδρικό δοχείο χωρίζεται με ευκίνητο έμβολο σε δύο μέρη που περιέχουν το ίδιο ή δύο διαφορετικά αέρια και το έμβολο ισορροπεί, τότε:

- Αν το δοχείο είναι οριζόντιο, οι πιέσεις των αερίων στα δύο μέρη του δοχείου είναι ίσες. Δηλαδή:

$$\boxed{P_1 = P_2}$$

- Αν το δοχείο είναι κατακόρυφο, η πίεση του αερίου που βρίσκεται κάτω από το έμβολο είναι ίση με το άθροισμα της πίεσης του αερίου που βρίσκεται πάνω από το έμβολο και της πίεσης που ασκεί το έμβολο με το βάρος του. Έτσι, στο παράδειγμα του σχήματος, ισχύει:



$$\boxed{P_2 = P_1 + \frac{w}{A}}$$

όπου $\vec{w}$ το βάρος και A το εμβαδό διατομής του εμβόλου.

- Τα ίδια ακριβώς συμβαίνουν και όταν ένας λεπτός σωλήνας χωρίζεται σε δύο μέρη με μια μικρή σταγόνα υδραργύρου.