

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>: ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

### ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ - ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΥΛΗΣ ΚΑΙ ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

#### Ρευστά σε κίνηση

##### Ιδανικό ρευστό - Στρωτή, τυρβώδης ροή

Η ροή ενός ρευστού μπορεί να είναι εξαιρετικά πολύπλοκη, όπως φαίνεται από τα ρεύματα ενός πλημμυρισμένου ποταμού, ή τις στροβιλιζόμενες φλόγες μιας φωτιάς. Παρόλα αυτά μερικές καταστάσεις μπορούν να εξηγηθούν με απλά εξιδανικευμένα μοντέλα.

Ιδανικό ρευστό ονομάζουμε εκείνο το ρευστό που εκπληρώνει τις παρακάτω τρεις προϋποθέσεις:

- α) είναι τελείως ασυμπίεστο
- β) είναι απαλλαγμένο δυνάμεων μεταξύ των μορίων τους (εσωτερική τριβή) και
- γ) είναι απαλλαγμένο δυνάμεων μεταξύ αυτού και των τοιχωμάτων του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει (δυνάμεις συνάφειας).

Για να διακρίνουμε τα υπαρκτά ρευστά από τα ιδανικά θα τα ονομάζουμε **πραγματικά ρευστά**. Τα πραγματικά ρευστά διαφέρουν λίγο ή πολύ από τη συμπεριφορά των ιδανικών ρευστών.

Διακρίνουμε δύο είδη ροής ρευστών, την **τυρβώδη** και την **στρωτή** ροή.

Στη τυρβώδη ροή δεν έχουμε εικόνα μόνιμης κατάστασης αλλά δημιουργία δινών (δινορεύματα = ακανόνιστοι κύκλοι) που απορροφούν μεγάλο μέρος της ενέργειας του ρευστού. Στην τυρβώδη ροή, η ροή διαρκώς αλλάζει. Τυρβώδη ροή παρατηρούμε π.χ. στους καταρράκτες μετά την πτώση του νερού στη λίμνη υποδοχής, στις φλόγες μιας πυρκαγιάς κ.λ.π.

Αν η ροή είναι ομαλή, δηλαδή χωρίς τη δημιουργία δινών και σταθερή με το χρόνο, την ονομάζουμε **στρωτή ροή**. Στρωτή ροή παρατηρούμε στη στήλη νερού που σχηματίζεται στη βρύση της κουζίνας μας, όταν είναι ανοιγμένη λίγο.

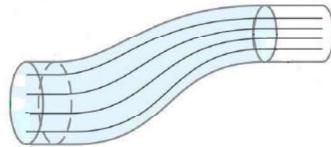
Στα ιδανικά ρευστά συναντάμε μόνο στρωτή ροή. Στα πραγματικά ρευστά έχουμε στρωτή ροή όταν οι δυνάμεις εσωτερικής τριβής και οι δυνάμεις συνάφειας έχουν τιμές μικρότερες από κάποιο όριο. Όταν ξεπεραστεί αυτό το όριο η ροή μεταπίπτει σε τυρβώδη.

Όλα όσα ακολουθούν αφορούν τη στρωτή ροή.

## Ρευματική γραμμή - Φλέβα

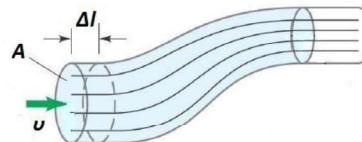
Ονομάζουμε **ρευματική γραμμή**, τη γραμμή που ορίζεται από το σύνολο των θέσεων (τροχιά) από τις οποίες περνά ένα μόριο του ρευστού στη διάρκεια της κίνησης του. Στη στρωτή ροή που αποτελεί το αντικείμενο της μελέτης μας, κάθε μόριο του ρευστού που διέρχεται από κάποιο σημείο ακολουθεί την ίδια ρευματική γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι όταν ένα μόριο του ρευστού διέρχεται από ένα συγκεκριμένο σημείο, έχει την ίδια ταχύτητα που είχε κάθε άλλο μόριο που πέρασε προηγουμένως καθώς και κάθε επόμενο που θα περάσει από το σημείο αυτό. Η διεύθυνση της ταχύτητας κάθε σημείου του ρευστού είναι εφαπτόμενη της ρευματικής γραμμής. Επομένως δύο ρευματικές γραμμές δεν μπορεί να τέμνονται γιατί αλλιώς στο σημείο τομής, το μόριο του ρευστού θα είχε δύο ταχύτητες (καθεμιά εφαπτόμενη της αντίστοιχης γραμμής).

Οι ρευματικές γραμμές που περνούν από το περίγραμμα μιας φανταστικής επιφάνειας Α κάθετης στις ρευματικές γραμμές (βλ. διπλανό σχήμα) σχηματίζουν έναν νοητό σωλήνα που ονομάζεται **φλέβα** ή **σωλήνας ροής**. Από τον ορισμό της ρευματικής γραμμής προκύπτει ότι το ρευστό που κυλάει σε μια φλέβα δεν μπορεί να διασχίσει τα πλευρικά της τοιχώματα και επομένως δεν μπορεί να γίνει ανάμιξη των ρευστών που περιέχονται σε γειτονικές φλέβες.



## Παροχή φλέβας

Το διπλανό σχήμα δείχνει τη ροή ενός ρευστού μέσα από κάποιο σωλήνα. Σε κάποια θέση ο σωλήνας έχει διατομή Α και το ρευστό ρέει με ταχύτητα υ. Έτσι, στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , το ρευστό διανύει απόσταση  $\Delta l = u\Delta t$  και από τη διατομή διέρχεται όγκος ρευστού ίσος με  $\Delta V = A\Delta l = Au\Delta t$ .



Ορίζουμε ως **παροχή** της φλέβας ή του σωλήνα,  $\Pi$ , το φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο του όγκου του ρευστού που διέρχεται από μια διατομή προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα, δηλαδή

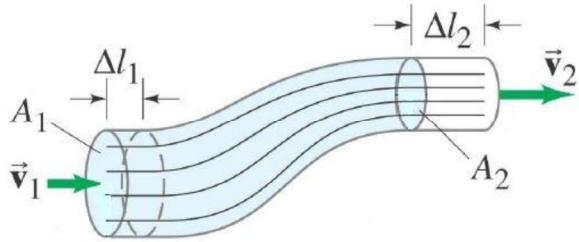
$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A\Delta l}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Pi = A\upsilon$$

με μονάδα στο S.I. το  $1\text{m}^3/\text{s}$ .

### Διατήρηση ύλης - Εξίσωση συνέχειας

Το σχήμα δείχνει τμήμα μιας φλέβας μεταξύ δύο σταθερών διατομών με εμβαδά  $A_1$  και  $A_2$  ( $A_1 > A_2$ ).

Ο ρυθμός ροής μάζας ισούται με τη μάζα Δm του ρευστού που διέρχεται από μία διατομή, δια του αντίστοιχου χρόνου Δt.



$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} \quad (1)$$

Ο όγκος του ρευστού που διέρχεται από τη διατομή  $A_1$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι  $A_1 \Delta l_1$ , όπου  $\Delta l_1$  η απόσταση που διαγένεται το ρευστό στο χρόνο  $\Delta t$ . Επειδή η ταχύτητα του ρευστού είναι  $v_1 = \frac{\Delta l_1}{\Delta t}$ , ο ρυθμός ροής της μάζας από την διατομή  $A_1$  γίνεται:

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 A_1 \Delta l_1}{\Delta t} = \rho_1 A_1 v_1 \quad (2)$$

Στο εσωτερικό της φλέβας δεν υπάρχουν ούτε πηγές που να παράγουν ρευστό, ούτε καταβόθρες που να απορροφούν ρευστό. Άρα, η μάζα ρευστού που διέρχεται από τη διατομή  $A_1$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι ίση με τη μάζα που εκρέει από τη διατομή  $A_2$  στον ίδιο χρονικό διάστημα, δηλαδή ισχύει η αρχή διατήρησης της ύλης.

Άρα, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ύλης μπορούμε να γράψουμε:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \Rightarrow \frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \Rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (3)$$

Αν το ρευστό είναι ιδανικό, είναι ασυμπίεστο, οπότε ισχύει  $\rho_1 = \rho_2$  και η σχέση (3) παίρνει τη μορφή

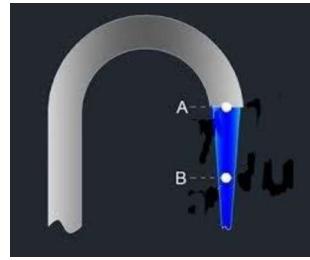
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Pi = \text{σταθερή} \quad (4)$$

Η τελευταία σχέση ονομάζεται **εξίσωση της συνέχειας** είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ύλης και διατυπώνεται ως εξής:

**Κατά μήκος μιας φλέβας ή ενός σωλήνα η παροχή διατηρείται σταθερή.**

Η εξίσωση (4) υποδεικνύει ότι αν η επιφάνεια διατομής είναι μεγάλη, η ταχύτητα ροής είναι μικρή και αντίστροφα, όταν η επιφάνεια είναι μικρή η ταχύτητα είναι μεγάλη. Σαν παράδειγμα μπορούμε να αναλογιστούμε την κατακόρυφη στήλη νερού που δημιουργείται στην βρύση της κουζίνας μας όταν έχουμε στρωτή ροή (βλέπε σχήματα). Καθώς το νερό εξέρχεται επιταχύνεται λόγω βαρύτητας με συνέπεια να αυξάνεται διαρκώς η ταχύτητα ροής του. Για να διατηρείται η παροχή σταθερή κατά μήκος της στήλης νερού που σχηματίζεται, ελαττώνεται διαρκώς η κάθετη διατομή της. Έτσι η διατομή της στήλης στο σημείο Β του σχήματος είναι μικρότερη από ότι στο Α γιατί το νερό εκεί κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα.

Ένα άλλο παράδειγμα είναι η ροή ενός ποταμού σταθερού πλάτους και μεταβλητού βάθους. Όταν το ποτάμι βαθαίνει αυξάνεται η εγκάρσια διατομή του Α με συνέπεια η ροή του να είναι αργή, ενώ όταν το ποτάμι γίνεται ρηχό ελαττώνεται η εγκάρσια διατομή του Α με συνέπεια η ροή του να γίνεται γρήγορη.



Από τα παραπάνω, παραστατικά μπορούμε να πούμε ότι :

**όπου πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές η ταχύτητα ροής είναι πιο μεγάλη.**