Θεωρία Κεφάλαιο 4ο Γ΄ Λυκείου

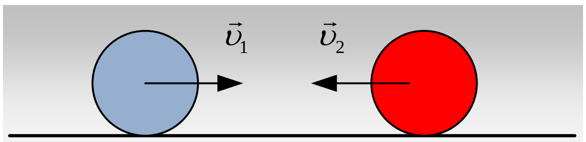
- Κρούσεις

SCHOOLDOCTOR

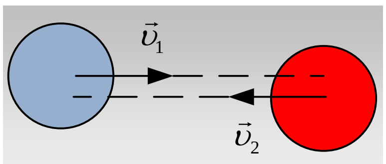
## Κρούσεις

Ανάλογα με την διεύθυνση που κινούνται τα σώματα πριν συγκρουσθούν οι κρούσεις διακρίνονται σε: **Κεντρικές , Έκκεντρες , Πλάγιες.**

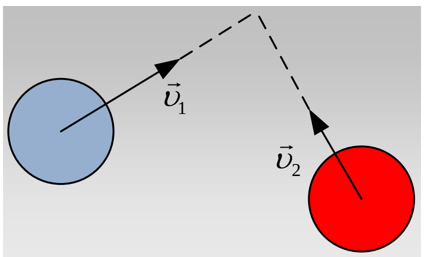

**Κεντρική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται στην ίδια ευθεία.



**Έκκεντρη** ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.



**Πλάγια** ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις.

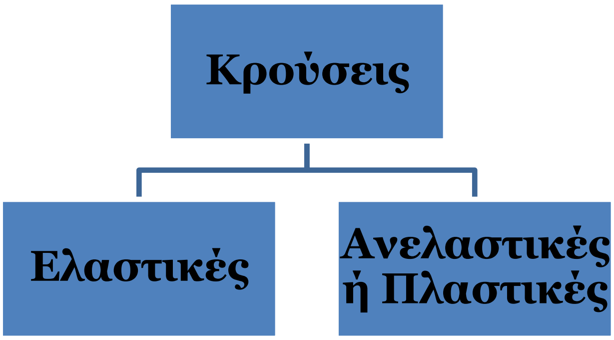


**Η ορμή** ενός συστήματος σωμάτων, κατά την διάρκεια της κρούσης, **διατηρείται**.

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

Ανάλογα αν διατηρείται ή όχι η κινητική ενέργεια οι κρούσεις διακρίνονται σε **Ελαστικές**

**και Ανελαστικές ή Πλαστικές** (τα σώματα είναι συσσωμάτωμα μετά την κρούση):



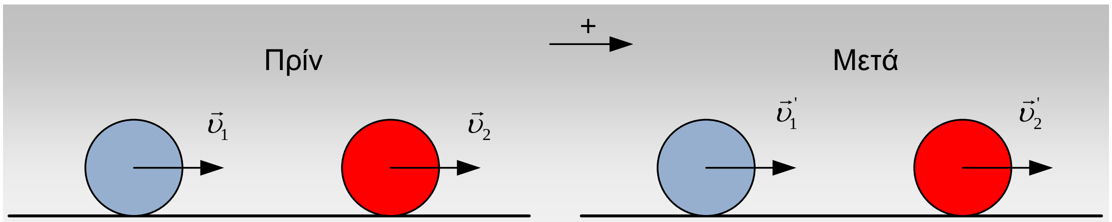

**Ελαστικές** Διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων

**Ανελαστικές** Μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα

Πλαστικές
είναι αυτές που οδηγούν σε συγκόληση των σωμάτων(δημιουργία συσσωματώματος)

**Κεντρική και ελαστική κρούση.**

Θεωρούμε τη μετωπική ελαστική κρούση ανάμεσα σε δύο σφαίρες Σ1 και Σ2, με μάζες $m_1$ και $m_2$ που οι ταχύτητες τους είναι αντίστοιχα $\upsilon_1$ , πριν τη κρούση και $\upsilon_2$ , μετά την κρούση.




Εφόσον αυτές οι ταχύτητες βρίσκονται πάνω στην ευθεία x΄x μπορούμε να θεωρήσουμε αυτή την ευθεία σαν άξονα με θετική φορά που σημειώνεται στο σχήμα και να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής με αλγεβρική μορφή.

$$\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_1'+\vec{p}_2' \Rightarrow m_1.\upsilon_1+m_2.\upsilon_2=m_1.\upsilon_1'+m_2.\upsilon_2' \Rightarrow m_1(\upsilon_1-\upsilon_1')=m_2(\upsilon_2'-\upsilon_2)(1)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας έχουμε :

$$K_1+K_2=K_1'+K_2' \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2$$

$$m_1(\upsilon_1^2-\upsilon_1'^2)=m_2(\upsilon_2'^2-\upsilon_2^2)\Rightarrow$$

$$m_1(\upsilon_1+\upsilon_1')(\upsilon_1-\upsilon_1')=m_2(\upsilon_2'+\upsilon_2)(\upsilon_2'-\upsilon_2)(2)$$

Διαιρούμε τις (2 ) και (1) κατά μέλη και βρίσκουμε:

$$\upsilon_1+\upsilon_1'=\upsilon_2+\upsilon_2'(3)$$

Επιλύνοντας το γραμμικό σύστημα των εξισώσεων που προέρχονται από τις σχέσεις :

$$(1) \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2'$$

$$(3) \Rightarrow \upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2'$$

Βρίσκουμε ότι:

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$\upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

**Ειδικές περιπτώσεις**

- **Τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_2 = m$)**

Από τη σχέση (4) έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{(m - m)\upsilon_1 + 2m\upsilon_2}{m + m} \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{2m\upsilon_2}{2m} \Rightarrow \upsilon_1' = \upsilon_2$$

και από τη σχέση (6) έχουμε:

$$\upsilon_2' = \frac{(m - m)\upsilon_2 + 2m\upsilon_1}{m + m} \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2m\upsilon_1}{2m} \Rightarrow \upsilon_2' = \upsilon_1$$

**Συμπέρασμα:** Όταν συγκρούονται δύο σώματα με ίσες μάζες μετωπικά και ελαστικά ανταλλάσσουν ταχύτητες.

- **Η Σ2 ήταν ακίνητη πριν την κρούση ($\upsilon_2$=0)**

Από τη σχέση (4) έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

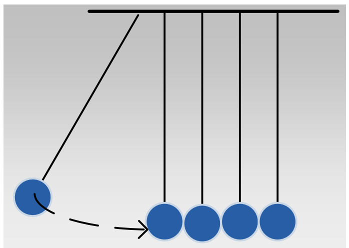
και από τη σχέση (6) έχουμε:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

- **Η Σ2 ήταν ακίνητη πριν την κρούση ($\upsilon_2$=0) και οι δυο σφαίρες έχουν την**

**ίδια μάζα (m1= m2)** οι τύποι γίνονται

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \upsilon_1' = 0$$



$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \upsilon_2' = \upsilon_1$$

**Συμπέρασμα:** Όταν συγκρούονται δύο σώματα με ίσες μάζες μετωπικά και ελαστικά ανταλλάσσουν ταχύτητες και επομένως το πρώτο σώμα μένει ακίνητο.

**Κεντρική ελαστική κρούση σώματος με άλλο πολύ μεγάλης μάζας**

- **Αν η μάζα $m_2$ της σφαίρας Σ2 είναι πολύ μεγαλύτερη από την μάζα m1 της σφαίρας Σ1**, δηλαδή m1 << m2 θα είναι

$$\frac{m_1}{m_2} << 1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \to 0$$

οπότε:

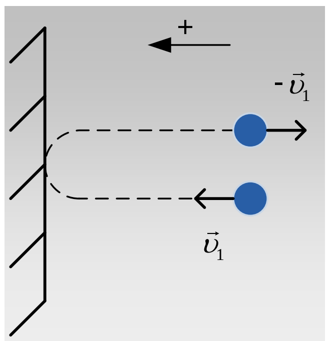
$$\upsilon_1' = \frac{\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)\upsilon_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} + \frac{2\upsilon_2}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{(0-1)\upsilon_1}{0+1} + \frac{2\upsilon_2}{0+1} \Rightarrow \upsilon_1' = -\upsilon_1 + 2\upsilon_2$$

$$\upsilon_2' = \frac{2\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} + \frac{\left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)\upsilon_2}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{0.\upsilon_1}{0+1} + \frac{(1-0).\upsilon_2}{0+1} \Rightarrow \upsilon_2' = \upsilon_2$$

**Κεντρική ελαστική κρούση σώματος με άλλο ακίνητο πολύ μεγάλης μάζας (υ2=0)**

- **Αν η μάζα $m_2$ της ακίνητης σφαίρας Σ2 είναι πολύ μεγαλύτερη από την μάζα $m_1$ της σφαίρας Σ1,** δηλαδή m1 << m2 θα είναι :

$$\frac{m_1}{m_2} << 1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} \to 0$$

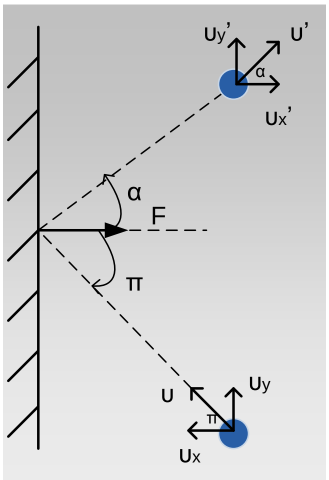


οπότε:

$$\upsilon_1' = \frac{\left(\frac{m_1}{m_2}-1\right)\upsilon_1}{\frac{m_1}{m_2}+1} \Rightarrow \qquad \boxed{\upsilon_1' = \frac{(0-1)\upsilon_1}{0+1} \Rightarrow \upsilon_1' = -\upsilon_1}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1}{\frac{m_1}{m_2}+1} \Rightarrow \qquad \boxed{\upsilon_2' = \frac{0}{0+1} \Rightarrow \upsilon_2' = 0}$$

**Πλάγια ελαστική κρούση σώματος σε κατακόρυφο τοίχο**




$$\left.\begin{aligned} \upsilon_x &= -\upsilon_x' \\ \upsilon_y &= \upsilon_y' \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\upsilon' = \sqrt{\upsilon_x'^2 + \upsilon_x'^2}} \boxed{|\upsilon'| = |\upsilon|} \qquad \boxed{\upsilon_2' = 0}$$

$$\frac{\upsilon_y'}{\upsilon'} = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} \xrightarrow{\upsilon' = \upsilon \,\&\, \upsilon_y' = \upsilon_y} \eta\mu\alpha = \eta\mu\pi \longrightarrow \boxed{\alpha = \pi}$$

**Κεντρική ελαστική κρούση σώματος με άλλο <u>πολύ μικρής μάζας</u>**

- **Αν η μάζα m2 της σφαίρας Σ2 είναι πολύ μικρότερη από την μάζα m1 της σφαίρας Σ1,** δηλαδή m1>>m2 θα είναι

$$\frac{m_2}{m_1} >> 1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} \to 0$$

οπότε:

$$\upsilon_1' = \frac{\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)\upsilon_1}{1+\frac{m_2}{m_1}} + \frac{2\frac{m_2}{m_1}\upsilon_2}{1+\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = \frac{(1-0).\upsilon_1}{1+0} + \frac{2.0.\upsilon_2}{1+0} \Rightarrow \upsilon_1' = \upsilon_1}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2\upsilon_1}{1+\frac{m_2}{m_1}} + \frac{\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)\upsilon_2}{1+\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = \frac{2.0.\upsilon_1}{1+0} + \frac{(1-0).\upsilon_2}{1+0} \Rightarrow \upsilon_2' = 2\upsilon_1 - \upsilon_2}$$

**Κεντρική ελαστική κρούση σώματος με άλλο <u>ακίνητο πολύ μικρής μάζας</u>** ($\upsilon_2=0$)

- **Αν η μάζα m2 της ακίνητης σφαίρας Σ2 είναι πολύ μικρότερη από την μάζα m1 της σφαίρας Σ1,** δηλαδή $m_1>>m_2$ θα είναι

$$\frac{m_2}{m_1}>>1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} \to 0$$

οπότε:

$$\upsilon_1' = \frac{\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)\upsilon_1}{1+\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = \frac{(1-0).\upsilon_1}{1+0} \Rightarrow \upsilon_1' = \upsilon_1}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2\upsilon_1}{1+\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = \frac{2.0.\upsilon_1}{1+0} \Rightarrow \upsilon_2' = 2\upsilon_1}$$