

Θεωρία
• Doppler

Κεφάλαιο 4^ο

Γ' Λυκείου



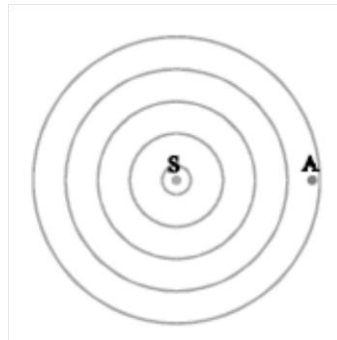
SCHOOLDOCTOR

Φαινόμενο Doppler

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δεν είναι ίδια με αυτήν που εκπέμπει μία πηγή όταν ο παρατηρητής και η πηγή βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό λέγεται φαινόμενο Doppler.

Ακίνητη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

Μία ακίνητη ως προς το μέσον διάδοσης (αέρας) πηγή S που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s δημιουργεί γύρω της ένα σφαιρικό ηχητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα v . Ισχύει $f_s = v / \lambda$ όπου λ το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή. Στο σχήμα βλέπουμε ένα στιγμιότυπο του κύματος. Οι ομόκεντρες περιφέρειες παριστάνουν τα διαδοχικά μέγιστα του κύματος για μία δεδομένη στιγμή και απέχουν μεταξύ τους ένα μήκος κύματος λ . Ένας παρατηρητής A που είναι επίσης ακίνητος ως προς τον αέρα μετρώντας τα μέγιστα που φτάνουν σ' αυτόν στη μονάδα του χρόνου υπολογίζει τη συχνότητα του ήχου f_A όπως την αντιλαμβάνεται αυτός. Όμως όσα μέγιστα παράγει η πηγή στη μονάδα του χρόνου τόσα πάλι στη μονάδα του χρόνου φτάνουν στον παρατηρητή, άρα



$$f_A = f_s$$

Ακίνητη πηγή - κινούμενος παρατηρητής

- Ο παρατηρητής A πλησιάζει προς την ακίνητη ηχητική πηγή με ταχύτητα v_A . Τώρα στον παρατηρητή φτάνουν περισσότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου από όσα παράγει στον ίδιο χρόνο η πηγή. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή θα είναι:

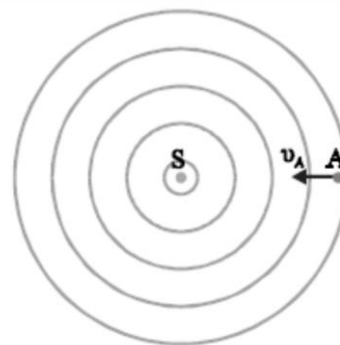
$$v' = v + v_A \quad \lambda_A = \lambda$$

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι :

$$f_A = \frac{v'}{\lambda_A}$$

Όμως ισχύει ότι:

$$f_A = \frac{v'}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f_s}} f_A = \frac{v + v_A}{v} f_s$$



Επομένως όμως και τελικά δηλαδή η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή.



- Αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την ακίνητη ηχητική πηγή με ταχύτητα v_A , στη μονάδα του χρόνου στον παρατηρητή φτάνουν λιγότερα μέγιστα από αυτά που παράγει η πηγή στον ίδιο χρόνο η πηγή. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή θα είναι:

$$v' = v - v_A$$

Η συχνότητα που παρατηρητής θα είναι :

$$f_A = \frac{v'}{\lambda_A} \quad \lambda_A = \lambda$$

Όμως ισχύει ότι:

$$f_A = \frac{v'}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f_s}} f_A = \frac{v - v_A}{v} f_s$$

Επομένως όμως και τελικά δηλαδή **η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μικρότερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή.**

Συνοψίζοντας τις δύο περιπτώσεις καταλήγουμε στη σχέση:

$$f_A = \frac{v \pm v_A}{v} f_s$$

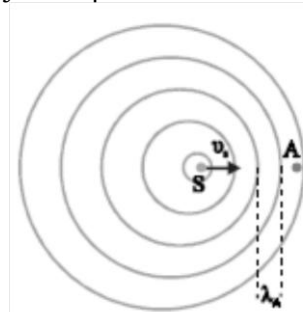
όπου το (+) ισχύει όταν ο παρατηρητής πλησιάζει προς την πηγή και το (-) όταν απομακρύνεται από αυτή.

Κινούμενη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

- Υποθέτουμε τώρα ότι η πηγή κινείται ισοταχώς με ταχύτητα v_s πλησιάζοντας τον ακίνητο παρατηρητή. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον αέρα θα είναι

$$v' = v$$

γιατί η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται μόνο από το μέσον διάδοσης. Το μήκος κύματος που φτάνει στον παρατηρητή μικραίνει γιατί η πηγή ακολουθεί τα κύματα με αποτέλεσμα τα μέγιστα να πλησιάζουν μεταξύ τους. Ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων που φτάνουν σ' αυτόν. Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην εκπομπή δύο μεγίστων είναι μία περίοδος (T). Αν τη στιγμή t η πηγή εκπέμπει ένα μέγιστο τη στιγμή t+T το μέγιστο θα έχει πλησιάσει τον παρατηρητή κατά λ αλλά και η πηγή θα τον έχει πλησιάσει κατά $v_s T$. Τότε εκπέμπεται από την πηγή το επόμενο μέγιστο. Η απόσταση ανάμεσα στα δύο διαδοχικά μέγιστα είναι $\lambda - v_s T$. Αυτή την απόσταση αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος ο παρατηρητής δηλαδή :



$$\lambda_A = \lambda - v_s T = \lambda - \frac{v_s}{f_s}$$

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι :
 Άρα ισχύει ότι:

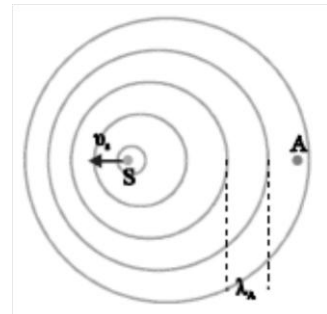
$$f_A = \frac{v'}{\lambda_A}$$

$$\left. \begin{aligned} f_A &= \frac{v'}{\lambda_A} = \frac{v}{\lambda_A} \\ \lambda_A &= \lambda - v_s T = \frac{v}{f_s} - \frac{v_s}{f_s} = \frac{v - v_s}{f_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_A = \frac{v}{v - v_s} f_s$$

Επομένως όμως και τελικά δηλαδή **η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή.**

- Στην περίπτωση που η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή με σταθερή ταχύτητα v_s . Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον αέρα θα είναι:

$$v' = v$$



γιατί η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται μόνο από το μέσον διάδοσης. Το μήκος κύματος που φτάνει στον παρατηρητή μεγαλώνει γιατί η πηγή απομακρύνεται από τα κύματα με αποτέλεσμα τα μέγιστα να απομακρύνονται μεταξύ τους. Ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων που φτάνουν σ' αυτόν. Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην εκπομπή δύο μεγίστων είναι μία περίοδος (T). Αν τη στιγμή t η πηγή εκπέμπει ένα μέγιστο τη στιγμή $t+T$ το μέγιστο θα έχει απομακρυνθεί από τον παρατηρητή κατά λ αλλά και η πηγή θα έχει απομακρυνθεί κατά $v_s T$. Τότε εκπέμπεται από την πηγή το επόμενο μέγιστο. Η απόσταση ανάμεσα στα δύο διαδοχικά μέγιστα είναι $\lambda + v_s T$. Αυτή την απόσταση αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος ο παρατηρητής δηλαδή :

$$\lambda_A = \lambda + v_s T = \lambda + \frac{v_s}{f_s}$$

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι :
 Άρα ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} f_A &= \frac{v'}{\lambda_A} = \frac{v}{\lambda_A} \\ \lambda_A &= \lambda + v_s T = \frac{v}{f_s} + \frac{v_s}{f_s} = \frac{v + v_s}{f_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_A = \frac{v}{v + v_s} f_s$$



Επομένως όμως και τελικά δηλαδή **η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μικρότερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή.**

Συνοψίζοντας τις δύο περιπτώσεις κίνησης της πηγής σε μία σχέση έχουμε:

$$f_A = \frac{v}{v \mp v_s} f_s$$

όπου το (-) ισχύει όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και το (+) όταν απομακρύνεται απ' αυτόν.

- Εάν κινούνται τόσο η πηγή όσο και ο παρατηρητής σε σχέση με το μέσον διάδοσης τότε η σχέση που δίνει την συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι:

$$f_A = \frac{v \pm v_A}{v \mp v_s} f_s$$

Εφαρμογές του φαινομένου Doppler

- Το φαινόμενο Doppler ισχύει για κάθε μορφής κύμανση ακόμη και για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, όπως το φως. Παρατηρώντας το φως που εκπέμπει ένα άστρο βλέπουμε ότι τα μήκη κύματος που εκπέμπονται από τα στοιχεία του άστρου είναι διαφοροποιημένα σε σχέση με τα μήκη κύματος που εκπέμπουν τα ίδια στοιχεία πάνω στη Γη. Από τη διαφοροποίηση αυτή, που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler, βγάζουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα με την οποία κινείται το άστρο σε σχέση με τη Γη. Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν στην οποία καταλήξαμε για τον ήχο.
- Η αστυνομία είναι εφοδιασμένη με συσκευές ραντάρ που ελέγχουν τις ταχύτητες των οχημάτων. Το ραντάρ, ακίνητο ως προς το δρόμο, εκπέμπει ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το οποίο ανακλάται πάνω στο διερχόμενο όχημα. Το κύμα επιστρέφει στο ραντάρ με συχνότητα ελαφρά διαφορετική μια και η πηγή του (το όχημα) κινείται σε σχέση με τον παρατηρητή (ραντάρ). Από τη διαφορά της συχνότητας ανάμεσα στο κύμα που εκπέμπεται και αυτό που επιστρέφει η συσκευή υπολογίζει την ταχύτητα του οχήματος.