

Κεφάλαιο 3^ο
Ενότητα 1^η : Στροφική κίνηση – Κύλιση τροχού
Θεωρία
Γ' Λυκείου

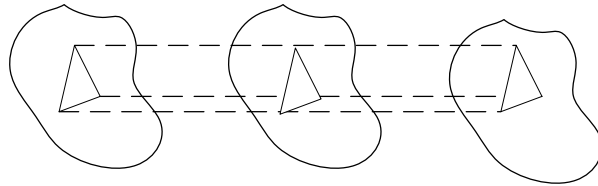


SCHOOLDOCTOR

Μηχανική Στερεού σώματος

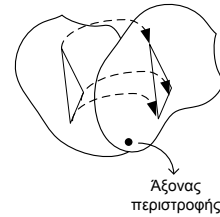
Στη μεταφορική κίνηση κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

Παράδειγμα τέτοιας κίνησης είναι η κίνηση ενός κιβωτίου που ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.



Στη στροφική κίνηση το σώμα αλλάζει προσανατολισμό.

Στη στροφική κίνηση υπάρχει μια ευθεία – ο **άξονας περιστροφής** - που όλα της τα σημεία παραμένουν ακίνητα ενώ τα υπόλοιπα σημεία του σώματος κάνουν κυκλική κίνηση.

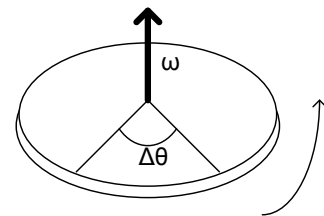


Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει προσανατολισμός του λέμε ότι κάνει σύνθετη κίνηση. Τέτοια κίνηση κάνει π.χ. ο τροχός ενός αυτοκινήτου, όταν κινείται το αυτοκίνητο. **Η σύνθετη κίνηση μπορεί να μελετηθεί ως τ αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας περιστροφικής κίνησης.**

Γωνιακή ταχύτητα

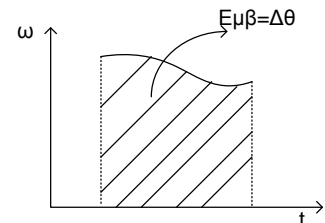
Ορίζουμε ως μέση γωνιακή ταχύτητα του σώματος

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



Η **στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα** ω είναι το διανυσματικό μέγεθος

$$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$$



Η διεύθυνση της στιγμιαίας γωνιακής ταχύτητας είναι ίδια με αυτή του άξονα περιστροφής και η φορά της βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η μονάδα μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας στο σύστημα μονάδων S.I. είναι το 1 rad/s.

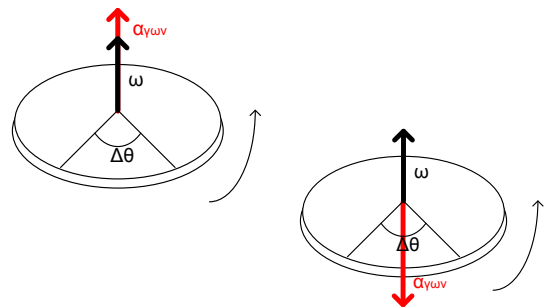
Γωνιακή επιτάχυνση

Ορίζουμε ως **μέση γωνιακή επιτάχυνση** ενός σώματος

$$\bar{\alpha}_{γων} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Η **στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση** $\vec{\alpha}_{γων}$ είναι το διανυσματικό μέγεθος

$$\vec{\alpha}_{γων} = \frac{d\omega}{dt}$$



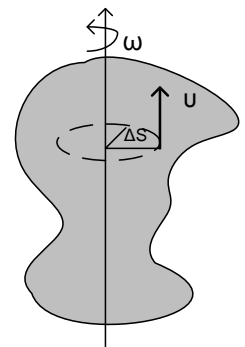
Η κατεύθυνση της στιγμιαίας γωνιακής επιτάχυνσης είναι τέτοια ώστε τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της στιγμιαίας γωνιακής επιτάχυνσης είναι ομόρροπα όταν το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας αυξάνεται και αντίρροπα όταν το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας μειώνεται.

Η μονάδα μέτρησης της γωνιακής επιτάχυνσης στο σύστημα μονάδων S.I. είναι το rad/s^2 .

Γραμμική ταχύτητα ενός υλικού σημείου του στερεού σώματος

Η γραμμική ταχύτητα του υλικού σημείου είναι ένα διάνυσμα που έχει μέτρο:

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt}$$

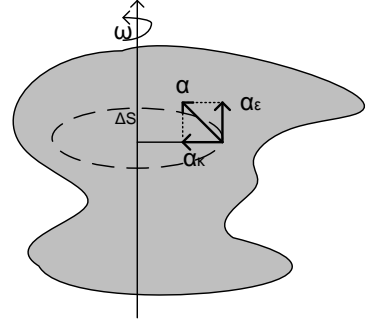


Γραμμική επιτάχυνση ενός υλικού

Η γραμμική επιτάχυνση αναλύεται σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες:

- i. Στη **κεντρομόλο (ή ακτινική) συνιστώσα**

$$\alpha_{\kappa} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$



- ii. Στην **εφαπτομενική (ή επιτρόχιο) συνιστώσα**,

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{dv}{dt}$$

Το μέτρο της γραμμικής επιτάχυνσης του υλικού σημείου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_{\kappa}^2 + \alpha_{\varepsilon}^2}$$

Ομαλή περιστροφική κίνηση

Αν η **γωνιακή ταχύτητα** ενός σώματος που περιστρέφεται είναι **σταθερή**, τότε το σώμα εκτελεί **ομαλή περιστροφική κίνηση**. Επομένως:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{σταθ.}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$$

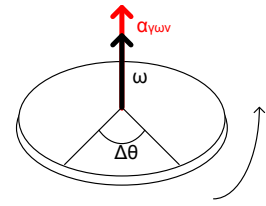
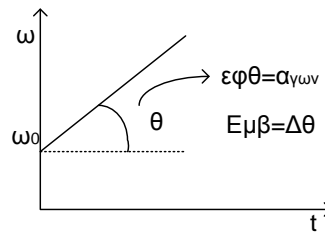
Ομαλά μεταβαλλόμενη περιστροφική κίνηση

Αν η γωνιακή επιτάχυνση ενός σώματος που περιστρέφεται παραμένει σταθερή και αυξάνεται τότε λέμε ότι το σώμα εκτελεί **ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση**. Τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu} t$$

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$$

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha_{\gamma\omega\nu}}$$



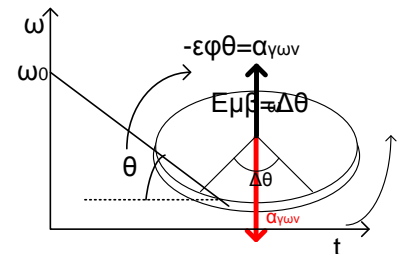
$$N = \frac{\theta}{2\pi} \text{ αριθμός περιστροφών}$$

Αν η γωνιακή επιτάχυνση ενός σώματος που περιστρέφεται παραμένει σταθερή και μειώνεται τότε λέμε ότι το σώμα εκτελεί **ομαλά επιβραδυνόμενη περιστροφική κίνηση**. Τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Delta\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$$

$$\omega = \omega_0 - \alpha_{\gamma\omega\nu} t$$

$$\theta = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\alpha_{\gamma\omega\nu}}$$



$$\theta_{ολ} = \frac{\omega_0^2}{2\alpha_{\gamma\omega\nu}}$$

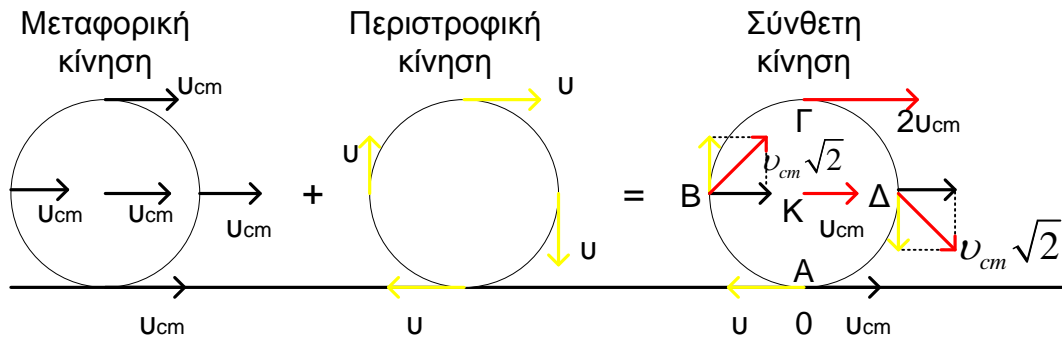
$$t_{ολ} = \frac{\omega_0}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}$$

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \text{ αριθμός περιστροφών}$$

Κύλιση τροχού.

Εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης, όλα τα σημεία του τροχού έχουν την ίδια ταχύτητα, η οποία είναι ίση με την ταχύτητα v_{cm} του κέντρου μάζας του τροχού.

Εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης, όλα τα σημεία της περιφέρειας του τροχού έχουν γραμμική ταχύτητα v ίδιου μέτρου, το διάνυσμα της οποίας είναι εφαπτόμενο σε κάθε σημείο



της περιφέρειας.

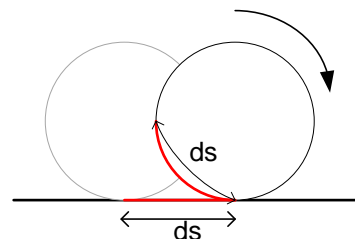
Κύλιση χωρίς ολίσθηση σημαίνει ότι το σημείο A που έρχεται σε επαφή με το έδαφος έχει μηδενική ταχύτητα. Άρα θα έχουμε :

$$v_A = 0 \rightarrow v = v_{cm} \quad v_B = v_\Delta = v_{cm} \sqrt{2}$$

$$v_\Gamma = v_{cm} + v = 2v_{cm} \quad v_K = v_{cm}$$

Σχέση ταχύτητας του κέντρου μάζας v_{cm} και γωνιακής ω ταχύτητας

$$v_{cm} = \omega \cdot R$$



$$v_{cm} = \frac{ds}{dt} \xrightarrow{ds=R \cdot d\theta} v_{cm} = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$\xrightarrow{\frac{d\theta}{dt} = \omega} v_{cm} = \omega \cdot R$$

Σχέση επιτάχυνσης του κέντρου μάζας α_{cm} (ή επιτρόχιας επιτάχυνσης α_ε) και γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha_{γων}$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$$

$$\alpha_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} \xrightarrow{v_{cm} = \omega \cdot R} \alpha_{cm} = \frac{d(\omega \cdot R)}{dt}$$

$$\alpha_{cm} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \xrightarrow{\frac{d\omega}{dt} = \alpha_{γων}} \alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$$

$$\xrightarrow{\alpha_{cm} = \alpha_\varepsilon} \alpha_{cm} = \alpha_\varepsilon = \alpha_{γων} \cdot R$$