

Κεφάλαιο 3^ο
Ενότητα 3^η : Ροπή αδράνειας
Θεωρία
Γ' Λυκείου

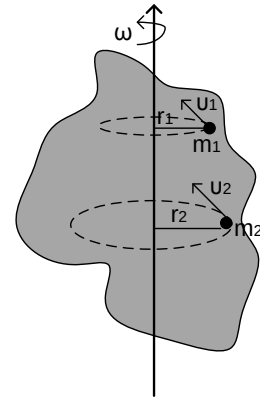


SCHOOLDOCTOR

Ροπή αδράνειας .

Έστω ένα στερεό το οποίο στρέφεται γύρω από το σταθερό άξονα. Χωρίζουμε το σώμα σε στοιχειώδη τμήματα με μάζες $m_1, m_2, \dots$, τόσο μικρά ώστε καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο. Οι μάζες $m_1, m_2, \dots$ κινούνται κυκλικά γύρω από τον άξονα, σε κύκλους ακτινών $r_1, r_2, \dots$. Ονομάζουμε **ροπή αδράνειας** ενός στερεού ως προς κάποιο άξονα το άθροισμα των γινομένων των στοιχειωδών μαζών από τις οποίες αποτελείται το σώμα επί τα τετράγωνα των αποστάσεων τους από τον άξονα περιστροφής.

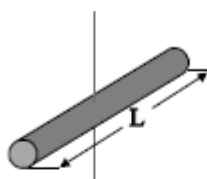
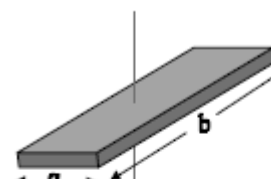
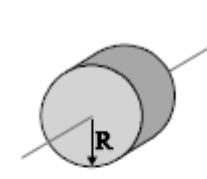
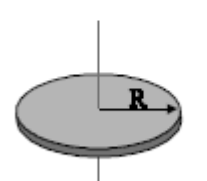
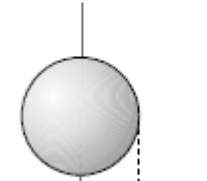
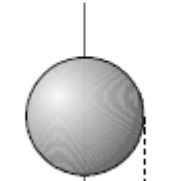
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$$



Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος και εξαρτάται από:

- τον άξονα περιστροφής,
- τη μάζα του σώματος,
- την κατανομή της μάζας γύρω από τον άξονα περιστροφής.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕ ΤΙΣ ΡΟΠΕΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΟΡΙΣΜΕΝΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ
ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΠΟΥ ΔΙΕΡΧΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΜΑΖΑΣ

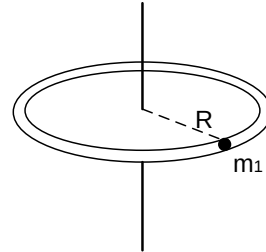
 (α) Λεπτή ράβδος $I = \frac{1}{12} ML^2$	 (β) Ορθογώνια πλάκα $I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$	 (γ) Συμπαγής κύλινδρος $I = \frac{1}{2} MR^2$
 (δ) Δίσκος $I = \frac{1}{2} MR^2$	 (ε) Σφαιρικός φλοιός $I = \frac{2}{3} MR^2$	 (στ) Συμπαγής σφαίρα $I = \frac{2}{5} MR^2$

Ροπή αδράνειας δακτυλίου μάζας m και ακτίνας R .

Χωρίζουμε το δακτύλιο σε στοιχειώδεις μάζες $m_1, m_2, \dots$. Οι στοιχειώδεις αυτές μάζες απέχουν όλες την ίδια απόσταση R από τον άξονα περιστροφής. Σύμφωνα με τον ορισμό της ροπής αδράνειας θα είναι:

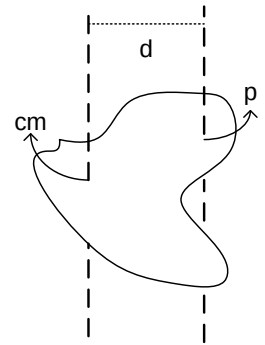
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots \Rightarrow I = m_1 R^2 + m_2 R^2 + \dots$$

$$\Rightarrow I = (m_1 + m_2 + \dots) R^2 \Rightarrow I = MR^2$$



Θεώρημα παραλλήλων αξόνων ή θεώρημα Steiner (Στάινερ).

Αν I_{cm} η ροπή αδράνειας ενός σώματος μάζας M , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας, η ροπή αδράνειάς του ως προς ένα άξονα που είναι παράλληλος και απέχει απόσταση d από τον πρώτο είναι ίση με το άθροισμα της ροπής αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και του γινομένου της μάζας του σώματος επί το τετράγωνο της απόστασης d .



$$I_p = I_{cm} + M \cdot d^2$$