

Κεφάλαιο 3^ο
Ενότητα 5^η : Στροφορμή – Αρχή Διατήρησης της
Στροφορμής
Θεωρία
Γ' Λυκείου



SCHOOLDOCTOR

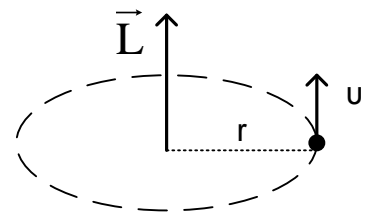
Στροφορμή

Η ορμή αποδείχτηκε μέγεθος ιδιαίτερα χρήσιμο για την περιγραφή της μεταφορικής κίνησης των στερεών. Το αντίστοιχο της ορμής του στερεού στη στροφορμική κίνηση το ονομάζουμε **στροφορμή**.

Στροφορμή υλικού σημείου.

Έστω ένα υλικό σημείο μάζας m και ορμής p που κινείται σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας r . Ονομάζουμε στροφορμή του υλικού σημείου ως προς ένα άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της το διανυσματικό μέγεθος που έχει μέτρο

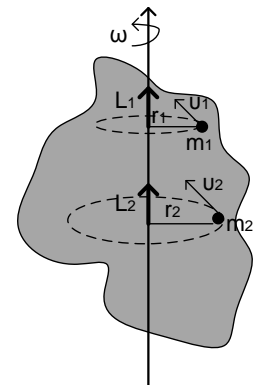
$$\vec{L} = \vec{p} \cdot \vec{r} \Rightarrow \vec{L} = m \cdot \vec{v} \cdot \vec{r}$$



διεύθυνση της στροφορμής είναι ίδια με αυτή του άξονα περιστροφής και η φορά του καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Μονάδα στροφορμής είναι το $1\text{kg m}^2/\text{s}$.

Στροφορμή στερεού σώματος.

Έστω ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από το σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω . Κατά την περιστροφή του σώματος τα διάφορα σημεία του διαγράφουν κυκλικές τροχιές τα επίπεδα των οποίων είναι κάθετα στον άξονα περιστροφής. Όλα τα σημεία περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω , η γραμμική ταχύτητά τους όμως είναι διαφορετική, και μάλιστα ανάλογη με την απόστασή τους από τον άξονα περιστροφής. Χωρίζουμε το σώμα σε στοιχειώδη τμήματα, με μάζες m_1, m_2, \dots , τόσο μικρά ώστε καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο. Οι στροφορμές των στοιχειωδών αυτών μαζών έχουν όλες την ίδια κατεύθυνση. Η στροφορμή του σώματος είναι το άθροισμα των στροφορμών των υλικών σημείων που το αποτελούν. Επειδή τα υλικά σημεία m_1, m_2, \dots κάνουν κυκλική κίνηση οι ταχύτητές τους v_1, v_2, \dots μπορούν να γραφούν επομένως



$$L = L_1 + L_2 + \dots = m_1 v_1 r_1 + m_2 v_2 r_2 + \dots$$

$$\xrightarrow{v_1 = \omega r_1, v_2 = \omega r_2, \dots} L = m_1 \omega r_1^2 + m_2 \omega r_2^2 + \dots \rightarrow$$

$$L = \omega (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \xrightarrow{I = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots)} L = I \omega$$

Η στροφορμή λοιπόν ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα ισούται με

$$L = I \cdot \omega$$

έχει τη διεύθυνση του άξονα και η φορά της ορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Στροφορμή συστήματος.

Σε ένα σύστημα σωμάτων, **στροφορμή ονομάζεται το διανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των σωμάτων που απαρτίζουν το σύστημα.** Εάν δηλαδή οι στροφορμές των σωμάτων του συστήματος είναι L_1, L_2, \dots , η στροφορμή L του συστήματος είναι:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$$

Γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης.

Η γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης είναι η εξής:

Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται σε ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, ισούται με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σώματος. Δηλαδή:

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$$

Έστω ένα στερεό σώμα το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν σε χρόνο dt η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται κατά $d\omega$, τότε στον ίδιο χρόνο η στροφορμή του μεταβάλλεται κατά $dL = I d\omega$.

Επομένως:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= I \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ \Sigma \tau &= I \alpha_{\gamma\omega\nu} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$$

Διατήρηση της στροφορμής.

Στη στροφική κίνηση ισχύει ένας νόμος διατήρησης, ανάλογος με το νόμο διατήρησης της ορμής που ισχύει στη μεταφορική κίνηση. Το μέγεθος που διατηρείται στη στροφική κίνηση είναι η στροφορμή.

Η διατήρηση της στροφορμής σε ένα σώμα.

Αν σε ένα σώμα το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν, από τη σχέση

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt} \xrightarrow{\sum \tau = 0} \frac{dL}{dt} = 0 \rightarrow L = \text{σταθ} \rightarrow$$

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

Η διατήρηση της στροφορμής σε σύστημα σωμάτων.

Ο δεύτερος νόμος του Newton για τη στροφική κίνηση στην περίπτωση συστήματος σωμάτων έχει τη μορφή

$$\sum \tau_{\text{εξ}} = \frac{dL}{dt}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα είναι μηδέν, η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Η πρόταση αυτή είναι γνωστή ως **αρχή της διατήρησης της στροφορμής**. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.