

Κεφάλαιο 3^ο
Ενότητα 6^η : Έργο – Κινητική Ενέργεια – Α.Δ.Ε
Θεωρία
Γ' Λυκείου



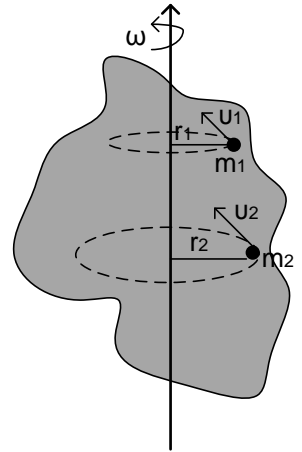
SCHOOLDOCTOR

Κινητική Ενέργεια λόγω περιστροφής.

Ένα σώμα που στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από έναν άξονα, έχει κινητική ενέργεια. Προκειμένου να υπολογίσουμε την κινητική ενέργεια του σώματος, το χωρίζουμε σε στοιχειώδεις μάζες, $m_1, m_2 \dots$. Οι μάζες αυτές έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω και γραμμικές ταχύτητες που δίνονται από τις σχέσεις $v_1 = \omega r_1, v_2 = \omega r_2, \dots$. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μαζών από τις οποίες αποτελείται, έτσι έχο

$$\text{υμε} \quad K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots \rightarrow K = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2 + \dots \rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \omega^2 \xrightarrow{I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2} K = \frac{1}{2} I \omega^2$$



Αν το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση, όπως ο τροχός του σχήματος η κινητική του ενέργεια είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφορικής και λόγω στροφικής κίνησης.

$$K = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

όπου M η μάζα του σώματος και v_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας του.

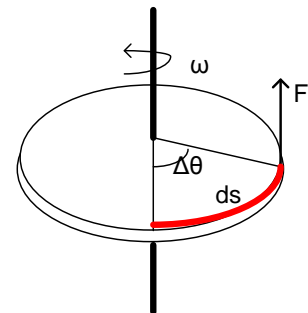
Έργο – Ισχύς- Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.

Έργο σταθερής ροπής.

Έστω ότι η δύναμη F ασκείται στην περιφέρεια ενός τροχού ακτίνας R , κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης. Κατά την απειροστά μικρή στροφή του τροχού κατά γωνία $d\theta$ η δύναμη παράγει έργο

$$dW = F \cdot ds \xrightarrow{ds=R \cdot d\theta} dW = F \cdot R \cdot d\theta$$

$$\xrightarrow{\tau = F \cdot R} dW = \tau \cdot d\theta$$



Για να υπολογίσουμε το έργο μιας δύναμης καθώς ένα σώμα στρέφεται κατά γωνία θ χωρίζουμε τη γωνία σε απειροστά μικρές γωνίες, $d\theta_1, d\theta_2, \dots$ και αθροίζουμε τα αντίστοιχα έργα. Αν η ροπή της δύναμης είναι σταθερή, τότε, από το άθροισμα προκύπτει

$$W = \Sigma W = \Sigma dw \xrightarrow{dw = dw_1 + dw_2 + \dots = \tau \cdot d\theta_1 + \tau \cdot d\theta_2 + \dots} W = \tau \cdot \theta$$

Ισχύς P μιας δύναμης.

Ο ρυθμός με τον οποίο παράγει έργο μια δύναμη υπολογίζεται από την σχέση

$$P = \frac{dw}{dt} \rightarrow P = \tau \cdot \frac{d\theta}{dt} \xrightarrow{\omega = \frac{d\theta}{dt}} P = \tau \cdot \omega$$

Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.

Η ροπή μιας δύναμης μεταβάλλει την κινητική ενέργεια του σώματος κατά ποσότητα ίση με το έργο της. Έτσι, στη στροφική κίνηση, το θεώρημα έργου - ενέργειας παίρνει τη μορφή δηλαδή **το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών που ασκούνται στο σώμα είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.**

$$\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_{\text{αρχ}}^2$$