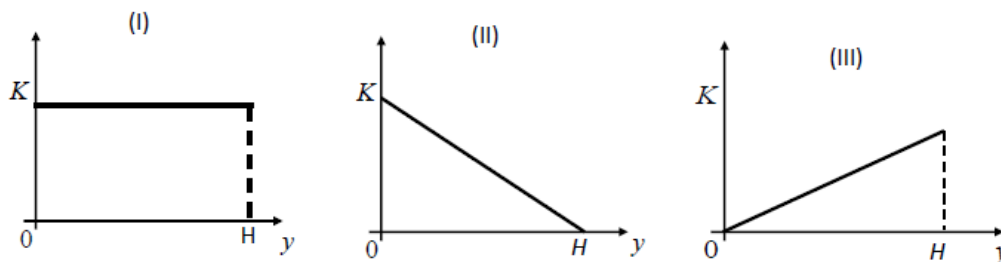


B₁. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από αρχικό μικρό ύψος H , πάνω από το έδαφος και εκτελώντας ελεύθερη πτώση πέφτει στο έδαφος.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας (K) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος, παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:

α) I

β) II

γ) III

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση B₁:

Στην ελεύθερη πτώση ισχύουν οι σχέσεις :

$$v = g \cdot t \quad (1)$$

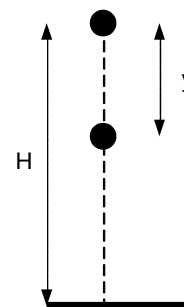
$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow 2 \cdot y = g \cdot t^2 \quad (2)$$

Η κινητική ενέργεια γίνεται

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \xrightarrow{(1)} K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot g \cdot t^2 = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \xrightarrow{(2)}$$

$$\rightarrow K = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot y \rightarrow K = m \cdot g \cdot y$$

Έτσι η γραφική παράσταση K - y είναι ευθεία που περνά απ την αρχή των αξόνων αρα σωστό είναι το (III).



B₂. Σε ένα σώμα μάζας m που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 2g$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος B του σώματος θα έχει μέτρο:

- α) F β) $3F$ γ) $\frac{F}{3}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

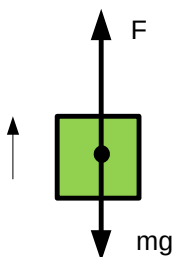
Μονάδες 9

Λύση B₂:

Στον άξονα yy' ισχύει ο 2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

$$\Sigma F_y = m \cdot a \xrightarrow{a=2 \cdot g} F - m \cdot g = m \cdot (2 \cdot g) \rightarrow F - m \cdot g = 2 \cdot m \cdot g \rightarrow F = 3 \cdot m \cdot g \quad a=2g$$

$$\xrightarrow{B=m \cdot g} F = 3 \cdot B \rightarrow B = \frac{F}{3}$$



Άρα σωστό είναι το γ

ΘΕΜΑ Δ

Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες $m_A = 5 \text{ kg}$ και $m_B = 10 \text{ kg}$, κινούνται παράλληλα με έναν οριζόντιο προσανατολισμένο άξονα Ox . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A = 10 \text{ m/s}$, ενώ το κιβώτιο Β έχει ταχύτητα $v_0 = 30 \text{ m/s}$, και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο $a_B = 2 \text{ m/s}^2$ και φορά αντίθετη της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο,

Μονάδες 5

Δ2) τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια Α και Β θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή t_0 ,

Μονάδες 6

Δ3) τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα,

Μονάδες 8

Δ4) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

Λύση Δ₁:

Για το σώμα Α ισχύουν

$$\left. \begin{array}{l} x_{0A} = 0 \\ v_A = 10 \text{ m/s} \end{array} \right| \rightarrow v_A = \text{σταθ} \rightarrow \text{E.O.K.} \rightarrow a_A = 0 \rightarrow \Sigma F_A = 0$$

Για το σώμα Β ισχύουν

$$\left. \begin{array}{l} x_{0B} = 0 \\ v_{0B} = 30 \text{ m/s} \\ a_B = -2 \text{ m/s}^2 \end{array} \right| \rightarrow \text{E.O.Eπιβραδ.} \rightarrow \Sigma F_B = m \cdot a_B = 10 \cdot (-2) = -20 \text{ N}$$

Λύση Δ₂:

Για το σώμα Α ισχύουν

$$\text{Σώμα(A)} \rightarrow \text{E.O.K.} \rightarrow x_A = x_{0A} + v_A \cdot (t - t_0) \rightarrow x_A = 10 \cdot t \quad (1)$$

Για το σώμα Β ισχύουν

$$\text{Σώμα(B)} \rightarrow \text{E.O.Eπιβραδ.} \rightarrow \Delta x_B = v_{0B} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \rightarrow$$

$$x_B - x_{0B} = v_{0B} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \rightarrow x_B = 30 \cdot t - t^2 \quad (2)$$

Τα δύο σώματα θα συναντηθούν όταν βρεθούν στην ίδια θέση δηλ

$$x_A = x_B \xrightarrow[(2)]{(1)} 10 \cdot t = 30 \cdot t - t^2 \rightarrow 20 \cdot t - t^2 = 0 \rightarrow t \cdot (20 - t) = 0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} t = 0 \\ \text{ή} \\ t = 20 \text{ sec} \end{array} \right|$$

Λύση Δ₃:

Τα δύο σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες όταν

$$v_A = v_B = 10 \text{ m/s} \rightarrow 10 = v_{0B} \cdot (t - t_0) - a_B \cdot (t - t_0) \rightarrow 10 = 30 - 2 \cdot t \rightarrow 20 = 2 \cdot t \rightarrow t = 10 \text{ sec}$$

Λύση Δ₄:

$$\Delta K_A = K_{(A)TEA} - K_{(A)APX} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = 0$$

$$\Delta K_B = K_{(B)TEA} - K_{(B)APX} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{0B}^2 = 5 \cdot 10^2 - 5 \cdot 30^2 = 5 \cdot (100 - 900) = -4000 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Μια σφαίρα μάζας m βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω.

Η σφαίρα φτάνει στο μέγιστο ύψος h και επιστρέφει στο έδαφος.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη συνολική κίνησή της είναι ίσο με:

α) $m \cdot g \cdot h$

β) 0

γ) $2 \cdot m \cdot g \cdot h$

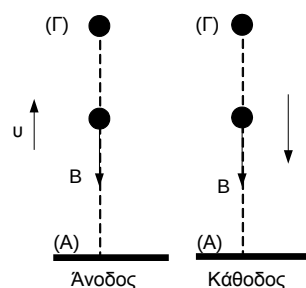
Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση B₁:

$$W_{O\Lambda} = W_B^{A \rightarrow \Gamma} + W_B^{\Gamma \rightarrow \Lambda} = -B \cdot h + B \cdot h = 0$$



B₂. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

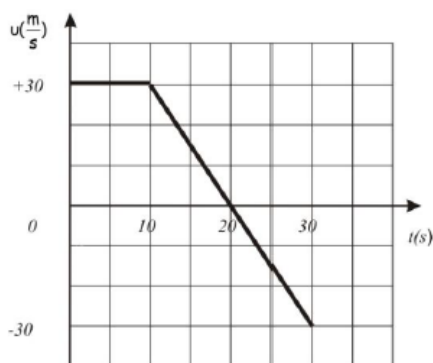
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

α) +300 m

β) +600 m

γ) -300 m



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

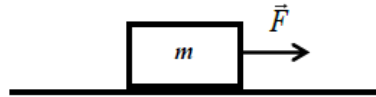
Λύση B₂:

$$0 - 20 \text{ sec} \rightarrow \Delta x_1 = \text{εμβαδό} = \frac{(B + \beta) \cdot v}{2} = \frac{(20 + 10) \cdot 30}{2} = 450 \text{ m}$$

$$20 - 30 \text{ sec} \rightarrow \Delta x_2 = -\text{εμβαδό} = -\frac{1}{2} \cdot \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = -\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 30 = -150 \text{ m}$$

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 450 - 150 = 300 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ Δ



Μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 30 N μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$, οπότε παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

Μονάδες 6

Δ2) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα,

Μονάδες 6

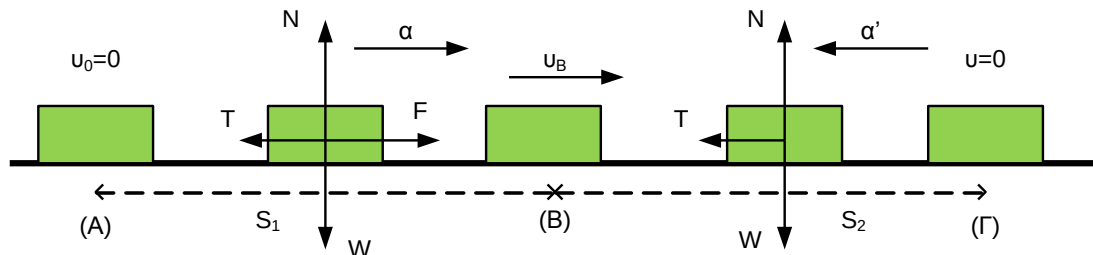
Δ3) τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει να κινείται,

Μονάδες 6

Δ4) τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι να σταματήσει την κίνηση του.

Μονάδες 7

Λύση Δ₁:



$$yy' \rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow N - W = 0 \rightarrow N = m \cdot g = 20 \text{ Nt}$$

$$T = \mu \cdot N = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ N}$$

Λύση Δ₂:

$$(A) \rightarrow (B): xx' \rightarrow \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F - T = m \cdot a \rightarrow 30 - 10 = 2 \cdot m \rightarrow 20 = 2 \cdot m \rightarrow m = 10 \text{ Kg}$$

$$\text{Ε.Ο.Επιταχ} \rightarrow \Delta x = v_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow{\Delta x = S_1} S_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ m}$$

$$W_F = F \cdot S_1 = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ J}$$

Λύση Δ₃:

$$v = v_0 - a \cdot (t - t_0) \xrightarrow[t=3]{v=v_B} v_B = 10 \cdot 3 = 30 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$(B) \rightarrow (\Gamma): \Sigma F_x = m \cdot a' \rightarrow -T = m \cdot a' \rightarrow a' = -\frac{10}{5} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 - a \cdot (t - t_0) \xrightarrow[t_0=3]{v_0=v_B} v = v_B - a \cdot (t - 3) \xrightarrow[t=0, (1)]{t=t_{\text{ολ}} \rightarrow 0} 0 = 30 - 10 \cdot t + 30 \rightarrow$$

$$\rightarrow 60 = 10 \cdot t \rightarrow t = 6 \text{ sec}$$

Λύση Δ₄:

$$\Delta x_B = v_{0B} \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \rightarrow \Delta x_B = v_B \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow[t_0=3, x=x_{\text{ολ}}]{t=6}$$

$$x_{\text{ολ}} - x_{0B} = v_B \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow[x_{0B}=S_1]{x_{\text{ολ}}=45} x_{\text{ολ}} - 45 = 30 \cdot (6 - 3) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (6 - 3)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_{\text{ολ}} = 112,5 \text{ m}$$

B₁. Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Οx και έχουν εξισώσεις κίνησης $x_A = 6 \cdot t$ (SI) και $x_B = 2 \cdot t^2$ (SI) αντίστοιχα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

α) $t = 2 \text{ s}$

β) $t = 1,5 \text{ s}$

γ) $t = 3 \text{ s}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση B₁: Για τα σώματα Α,Β ισχύουν αντίστοιχα

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_0 + v_A \cdot t \\ x &= 0 + 6 \cdot t \end{aligned} \right| \rightarrow v_A = 6 \text{ m/s} \rightarrow E.O.K. \rightarrow a_A = 0$$

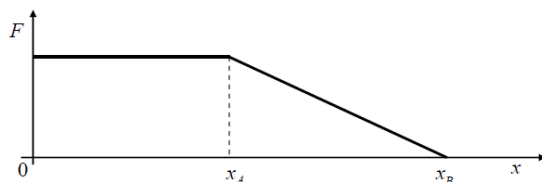
$$\left. \begin{aligned} x - x_{0B} &= v_{0B} \cdot (t - t_{0B}) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_{0B})^2 \rightarrow x = v_{0B} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t^2 \\ x &= 0 \cdot t + 2 \cdot t^2 \end{aligned} \right| \rightarrow v_{0B} = 0, \frac{1}{2} \cdot a_B = 2 \rightarrow a_B = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow E.O.Eπιταχυν. \rightarrow v_B = v_{0B} + a_B \cdot (t - t_{0B}) \rightarrow v_B = 4 \cdot t(2)$$

τα κινητά θα έχουν ίσες ταχύτητες όταν

$$v_A = v_B \xrightarrow{(1)} 6 = 4 \cdot t \rightarrow t = 1,5 \text{ sec}$$

B₂. Μικρό σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τη θέση όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η κινητική ενέργεια του σώματος

α) από τη θέση $x_0 = 0$ m έως τη θέση x_A παραμένει σταθερή.

β) από τη θέση x_A έως τη θέση x_B μειώνεται.

γ) από τη θέση $x_0 = 0$ m έως τη θέση x_B αυξάνεται.

Μονάδες 4

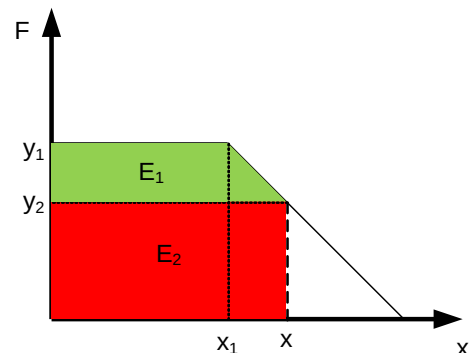
B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση B₂:

Από το εμβαδό F-x βρίσκουμε το έργο της δύναμης δηλαδή εδώ έχουμε :

$$\begin{aligned}
 W_F &= E_1 + E_2 = y_2 \cdot x + \frac{(y_1 + y_2) \cdot (x - x_1)}{2} = \\
 &= \frac{2 \cdot y_2 \cdot x + y_1 \cdot x + y_2 \cdot x - y_1 \cdot x_1 - y_2 \cdot x_1}{2} \rightarrow \\
 W_F &= \frac{(y_1 + 3 \cdot y_2)}{2} \cdot x - \frac{y_1 \cdot x_1 + y_2 \cdot x_1}{2} \xrightarrow[y = \text{μεγαλώνει}]{y_1, x_1, y_2 = \text{σταθερές}} \\
 W_F &= \text{αυξάνεται(1)} \\
 \Theta.Μ.Κ.Ε. \rightarrow \Delta K &= W_F \rightarrow K_{\text{τελ}} - \cancel{K_{\text{αρχ}}} = W_F \xrightarrow{(1)} \\
 K_{\text{τελ}} &= \text{αυξάνεται}
 \end{aligned}$$



ΘΕΜΑ Δ

Μεταλλικός κύβος έλκεται με τη βοήθεια ενός ηλεκτροκινητήρα, πάνω σε ένα οριζόντιο διάδρομο. Στον κύβο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και κινείται ευθύγραμμη με σταθερή επιτάχυνση. Με τη βοήθεια συστήματος φωτοπυλών παίρνουμε την πληροφορία ότι το μέτρο της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ είναι ίσο με 2 m/s και τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ είναι ίσο με 12 m/s . Η μέση ισχύς του ηλεκτροκινητήρα (ο μέσος ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$), στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 2 s είναι $P_{\mu} = 98 \text{ W}$. Επίσης, έχει μετρηθεί πειραματικά ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και του διαδρόμου και βρέθηκε $\mu = 0,2$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται ο κύβος,

Μονάδες 5

Δ2) την ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα των 2 s ,

Μονάδες 6

Δ3) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 7

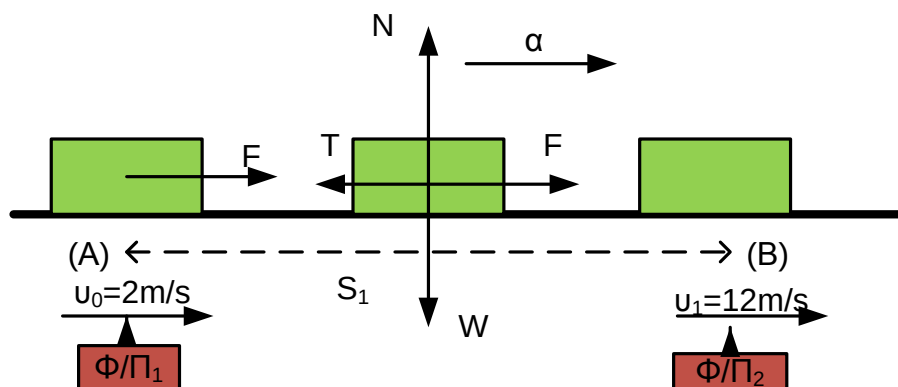
Δ4) τη μάζα του κύβου.

Μονάδες 7

Λύση Δ₁: Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οπότε:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \xrightarrow[v=12, t=2]{v_0=2, t_0=0} 12 = 2 + a \cdot (2 - 0) \rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2 (1)$$

Λύση Δ₂:



$$P_F = \frac{W_F}{\Delta t} \rightarrow 98 = \frac{W_F}{2} \rightarrow W_F = 196 J$$

Λύση Δ₃:

$$\Delta x = v_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow[t=2, (1)]{\Delta x = S_1} S_1 = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 = 14 m(2)$$

$$W_F = F \cdot x \xrightarrow{(2)} 196 = F \cdot 14 \rightarrow F = 14 N$$

Λύση Δ₄:

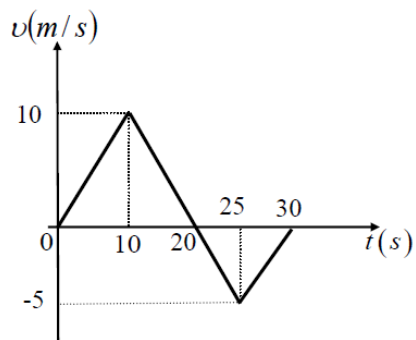
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - W = 0 \rightarrow N = m \cdot g$$

$$T = \mu \cdot N = 0,2 \cdot m \cdot 10 = 2 \cdot m N$$

$$(A) \rightarrow (B): \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F - T = m \cdot a \rightarrow 14 - 2 \cdot m = 5 \cdot m \rightarrow 14 = 7 \cdot m \rightarrow m = 2 Kg$$

ΘΕΜΑ Β

Β₁. Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα $x'x$ και τη στιγμή $t = 0$ s βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m. Η τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μπίλια τη χρονική στιγμή $t = 30$ s βρίσκεται στη θέση

- α) 125 m β) 100 m γ) 75 m

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση Β₁:

$$0 - 20 \text{ sec} \rightarrow \Delta x_1 = \text{εμβαδό} = \frac{1}{2} \cdot \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 = 100 \text{ m}$$

$$20 - 30 \text{ sec} \rightarrow \Delta x_2 = -\text{εμβαδό} = -\frac{1}{2} \cdot \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = -\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = -25 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{ολ}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 100 - 25 = 75 \text{ m}$$

Β₂. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο Α της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου v και κινητική ενέργεια ίση με K . Σε ένα άλλο σημείο Β που βρίσκεται χαμηλότερα από το Α το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με $2v$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση Α στην θέση Β είναι ίση με:

- α) $-3K$ β) $2K$ γ) $-4K$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

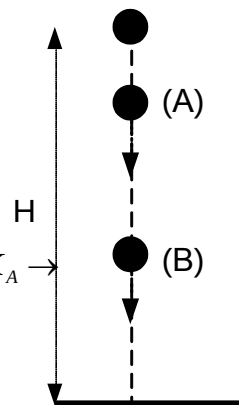
Μονάδες 9

Λύση Β₂:

$$\left. \begin{aligned} K_A &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ K_B &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v)^2 \end{aligned} \right| \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{1}{4} \rightarrow K_B = 4 \cdot K_A \rightarrow \Delta K_{A \rightarrow B} = K_B - K_A = 3 \cdot K_A$$

$$A.\Delta.E. \rightarrow E = K + U \rightarrow U = E - K \rightarrow \begin{cases} U_A = E - K_A \\ U_B = E - K_B \end{cases} \rightarrow \Delta U_{A \rightarrow B} = E' - K_B - E' + K_A \rightarrow$$

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = -(K_B - K_A) \xrightarrow{(1)} \Delta U_{A \rightarrow B} = -3 \cdot K_A$$



ΘΕΜΑ Δ

Σε κιβώτιο μάζας $m = 10 \text{ kg}$, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου 20 N .

Δ1) Να υπολογισθεί το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

Έστω ότι την στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ εκτός από τη δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται στο κιβώτιο και μια δεύτερη δύναμη $\vec{F}_2$ ίση με την $\vec{F}_1$, δηλαδή οι δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο και κατεύθυνση.

Δ3) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου όταν ασκούνται σε αυτό ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Μονάδες 5

Δ4) Να υπολογίσετε πάλι το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 10 \text{ s}$ όταν ασκούνται ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

Μονάδες 8

Λύση Δ₁:

$$xx' \rightarrow \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F_1 = m \cdot a \rightarrow 20 = 10 \cdot a \rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 (1)$$

$$\Delta x = v_{0x} \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow{(1)} \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100 \text{ m} (2)$$

Λύση Δ₂:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \xrightarrow[t=10s, (1)]{v=v_B} v_B = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$W_F = F \cdot \Delta x = 20 \cdot 100 = 2000 \text{ J}$$

Λύση Δ₃:

$$\Sigma F_x = m \cdot a' \rightarrow F_1 + F_1 = m \cdot a' \rightarrow 40 = 10 \cdot a' \rightarrow a' = 4 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

Λύση Δ₄:

$$\Delta x' = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a' \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow{(4)} \Delta x' = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2 = 200 \text{ m} \quad (5)$$

$$W_F = W_{F_1} + W_{F_2} = F_1 \cdot \Delta x' + F_2 \cdot \Delta x' = 20 \cdot 200 + 20 \cdot 200 = 800 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

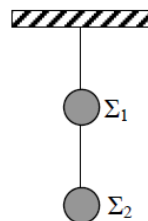
B₁. Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 έχουν βάρη B_1 και B_2 αντίστοιχα και κρέμονται ακίνητες με τη βοήθεια νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.

A) Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες Σ_1 και Σ_2 .

Μονάδες 5

B) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε συνάρτηση με τα βάρη B_1 και B_2 των δύο σφαιρών.

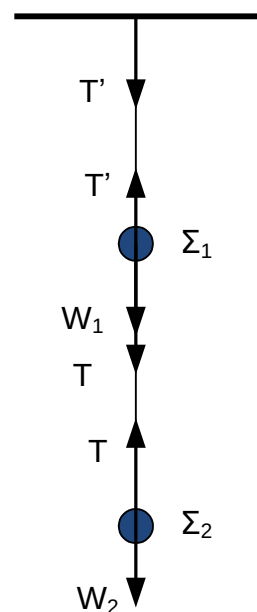
Μονάδες 7



Λύση B₁:

$$\text{Σώμα}(\Sigma_2) \rightarrow yy' \rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow W_2 - T = 0 \rightarrow T = W_2 \quad (1)$$

$$\text{Σώμα}(\Sigma_1) \rightarrow yy' \rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow W_1 + T - T' = 0 \xrightarrow{(1)} T' = W_1 + W_2$$



B₂. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου v_1 , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα d_1 μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή $v_2 = 2v_1$, τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα d_2 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει :

α) $d_2 = 2d_1$

β) $d_2 = 3d_1$

γ) $d_2 = 4d_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση B₂:

$$v = v_0 - a \cdot (t - t_0) \xrightarrow[t=t_{ol}]{v=0} t_{ol} = \frac{v_0}{a} \quad (1)$$

$$\Delta x = v_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow[x=x_{ol}]{t=t_{ol}, (1)} x_{ol} - x_0 = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_{ol} = \frac{v_0^2}{2 \cdot |a|} \rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot |a|} \\ d_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot |a|} = \frac{4 \cdot v_1^2}{2 \cdot |a|} \end{cases} \rightarrow d_2 = 4 \cdot d_1$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 50 \text{ kg}$ είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$ και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο $F_M = 50 \text{ N}$. Την χρονική στιγμή t_1 , μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει 2 m πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου $\mu = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Δ1) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

Μονάδες 6

Δ2) Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.

Μονάδες 6

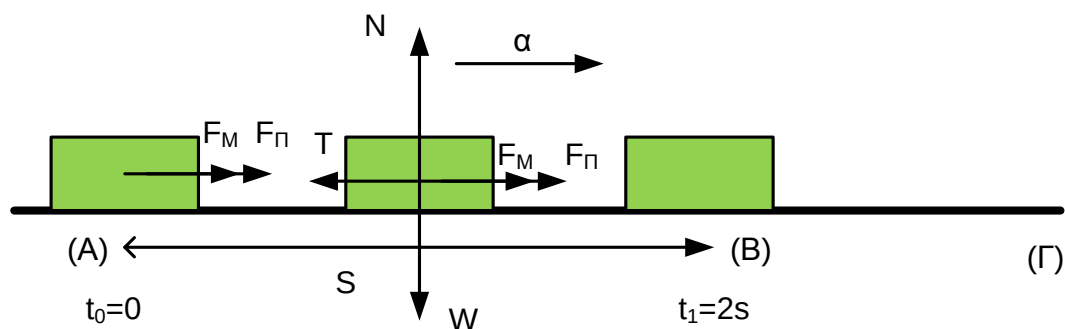
Δ3) Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_2 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Δ4) Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ έως την στιγμή t_1 , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

Μονάδες 6

Λύση Δ₁:



$$\Sigma F_y' \rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow N - W = 0 \rightarrow N = m \cdot g = 500 \text{ N}$$

$$T = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 500 = 200 \text{ N}$$

Λύση Δ₂:

$$(A) \rightarrow (B): \Sigma F_x' \rightarrow \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F_M + F_{\Pi} - T = m \cdot a \rightarrow a = \frac{200 + 50 - 200}{50} = 1 \text{ m/s}^2$$

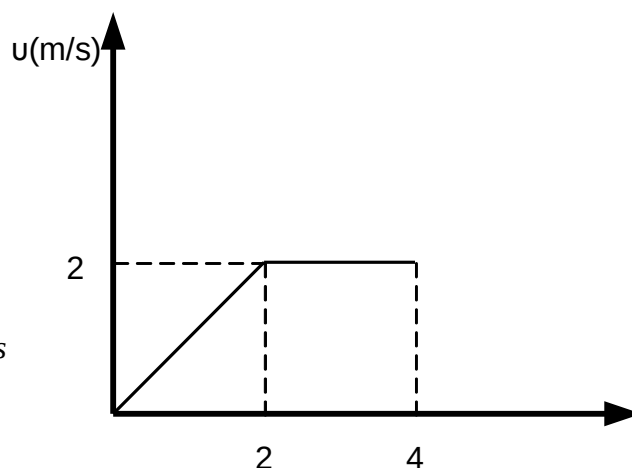
$$\Delta x = v_{0x} \cdot (t - t_{0x}) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - t_{0x})^2 \xrightarrow{\Delta x = S = 2 \text{ m}} 2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \rightarrow t = 2 \text{ sec}$$

Λύση Δ₃:

$$(B) \rightarrow (\Gamma): \Sigma F_x' \rightarrow \Sigma F_x = m \cdot a' \rightarrow F_M - T = m \cdot a'$$

$$\rightarrow a' = \frac{200 - 200}{50} = 0 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{E.O.K.}$$

$$v = v_{0x} + a \cdot (t - t_{0x}) \xrightarrow{v = \sigma t a \theta = v_B, t=2} v_B = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m/s}$$



Λύση Δ₄:

$$W_F = F_{\Pi} \cdot S = 200 \cdot 2 = 400 \text{ J}$$

$$P_{F_{\Pi}} = F_{\Pi} \cdot v = 200 \cdot 2 = 400 \text{ Watt}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο πέτρες Α, και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη h_A , h_B πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση $t_A = 2t_B$, τότε τα ύψη h_A και h_B ικανοποιούν τη σχέση:

α) $h_A = 2h_B$

β) $h_A = 4h_B$

γ) $h_A = 8h_B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

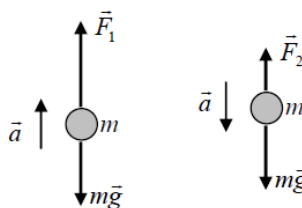
Μονάδες 8

Λύση B₁:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \xrightarrow[y=h]{t=t_{ολ}} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2 \rightarrow g \cdot t_{ολ}^2 = 2 \cdot h \rightarrow t_{ολ} = \frac{2 \cdot h}{g} \rightarrow \frac{\cancel{2} \cdot h_A}{\cancel{g}} = 4 \cdot \frac{\cancel{2} \cdot h_B}{\cancel{g}} \rightarrow h_A = 4 \cdot h_B$$

$$t_A = 2 \cdot t_B \rightarrow t_A^2 = 4 \cdot t_B^2$$

B₂. Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με a και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:

α) $F_1 + F_2 = 2mg$

β) $F_1 - F_2 = mg$

γ) $F_1 + F_2 = mg$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση B₂:

$$\begin{aligned} \text{Ανοδος: } yy' \rightarrow \Sigma F_y = m \cdot a \rightarrow F_1 - m \cdot g = m \cdot a \\ \text{Κάθοδος: } yy' \rightarrow \Sigma F_y = m \cdot a \rightarrow m \cdot g - F_2 = m \cdot a \end{aligned} \rightarrow F_1 - m \cdot g = m \cdot g - F_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_1 + F_2 = m \cdot g + m \cdot g \rightarrow F_1 + F_2 = 2 \cdot m \cdot g$$

ΘΕΜΑ Δ

Κιβώτιο μάζας $m = 2 \text{ kg}$ αρχικά ηρεμεί σε τραχύ οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$, ασκείται στο κιβώτιο μεταβλητή οριζόντια δύναμη το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση του κιβωτίου σύμφωνα με τη σχέση $F = 10 + 2x \text{ (SI)}$. Θεωρήστε ως $x = 0 \text{ m}$ τη θέση που βρισκόταν το κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ και ότι το κιβώτιο κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox . Η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται όταν το μέτρο της γίνει ίσο με 50 N .

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δρόμου είναι $0,4$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο.

Μονάδες 5

Δ2) Την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν βρίσκεται στη θέση $x = 10 \text{ m}$.

Μονάδες 7

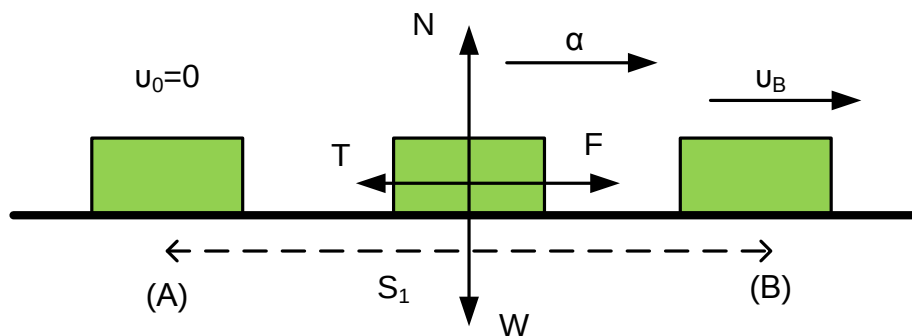
Δ3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για τη μετατόπιση του κιβωτίου από την θέση $x = 0 \text{ m}$ έως τη θέση στην οποία καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

Μονάδες 7

Δ4) Το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

Λύση Δ₁:



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - W = 0 \rightarrow N = m \cdot g = 20 \text{ N}$$

$$T = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 20 = 8 \text{ N}$$

Λύση Δ₂:

$$0 \text{ m} \rightarrow 10 \text{ m}: \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F - T = m \cdot a \rightarrow 10 + 2 \cdot x - 8 = 2 \cdot a \rightarrow$$

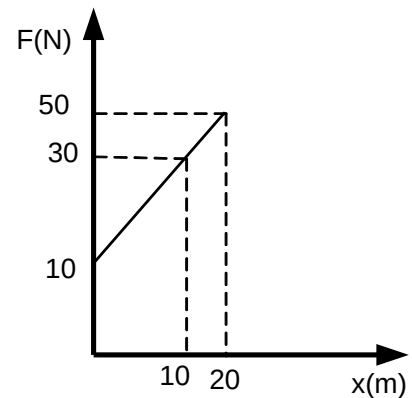
$$\rightarrow a = x + 1 \xrightarrow{x=10 \text{ m}} a = 11 \text{ m/s}^2$$

Λύση Δ₃:

$$F = 10 + 2 \cdot x \xrightarrow{F=50} 50 = 10 + 2 \cdot x \rightarrow 40 = 2 \cdot x \rightarrow x = 20m$$

$$F = 10 + 2 \cdot x \begin{cases} x=0 \rightarrow F=10N \\ x=20 \rightarrow F=50N \end{cases}$$

$$W_F = E\mu\beta\alpha\delta\acute{o} = \frac{(B+\beta) \cdot v}{2} = \frac{(50+10) \cdot 20}{2} = 600J$$



Λύση Δ₄:

$$F = 10 + 2 \cdot x \begin{cases} x=0 \rightarrow F=10N \\ x=10 \rightarrow F=30N \end{cases} \rightarrow W_F = E\mu\beta\alpha\delta\acute{o} = \frac{(B+\beta) \cdot v}{2} = \frac{(30+10) \cdot 10}{2} = 200J$$

$$0-10m \rightarrow \Theta.M.K.E. \rightarrow \Delta K = W_F - W_T \rightarrow K_B - \cancel{K_{\alpha\beta\gamma}} = 200 - 8 \cdot 10 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_B^2 = 120 \rightarrow v_B^2 = 120 (m/s)^2$$

Από την θέση $x=0$ έως την $x=10m$ το σώμα κάνει κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη οπότε ισχύει:

$$xx' \rightarrow \Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow -T = m \cdot a \rightarrow -8 = 2 \cdot a' \rightarrow a' = -4m/s^2$$

Οπότε μέχρι να σταματήσει θα διανύσει απόσταση

$$v = v_0 - \alpha \cdot (t - t_0) \xrightarrow{v=0, v_B=v_0, t=t_{o\lambda}} t_{o\lambda} = \frac{v_B}{\alpha'} (2)$$

$$\Delta x = v_B \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot a' \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow{t=t_{o\lambda}, (2)} x_{o\lambda} - \cancel{x_0} = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{\alpha'}\right) - \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \left(\frac{v_0}{\alpha'}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_{o\lambda} = \frac{v_B^2}{2 \cdot |\alpha|} \xrightarrow{(1)} x_{o\lambda} = \frac{120}{8} = 15m$$

Οπότε το συνολικό διάστημα που διανύει είναι

$$x = x_1 + x_{o\lambda} = 20 + 15 = 35m$$