<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2010

<u>ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. η περίοδος μειώνεται.
β. η περίοδος είναι σταθερή.
γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Α2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

α. διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.
β. έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.
γ. διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.
δ. είναι διαμήκη.

Μονάδες 5

Α3. Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
β. έχουν την ίδια φάση.
γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.
δ. είναι ακίνητα.

Μονάδες 5

Α4. Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν

α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.
β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.
γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.
δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.
β. Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.
γ. Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
δ. Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.
ε. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

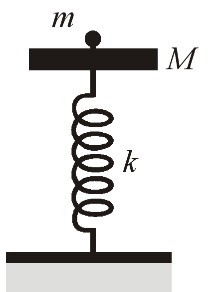
Β1. Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους A. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος $2A$. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα $2f$ και με το ίδιο πλάτος A, τότε το σημείο Σ θα

α. ταλαντωθεί με πλάτος $2A$.
β. ταλαντωθεί με πλάτος $4A$.
γ. παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β2. Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:



α. $\frac{1}{2}\frac{m^2 g^2}{k}$

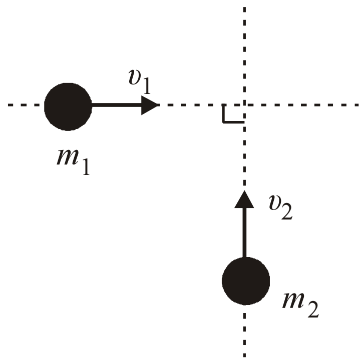
β. $\frac{1}{2}\frac{M^2 g^2}{k}$

γ. $\frac{1}{2}\frac{(m+M)^2}{k}g^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β3. Δύο σώματα με μάζες m_1 = 2 kg και m_2 = 3 kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες υ_1 = 4 m/s και υ_2 = 2 m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά.



Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

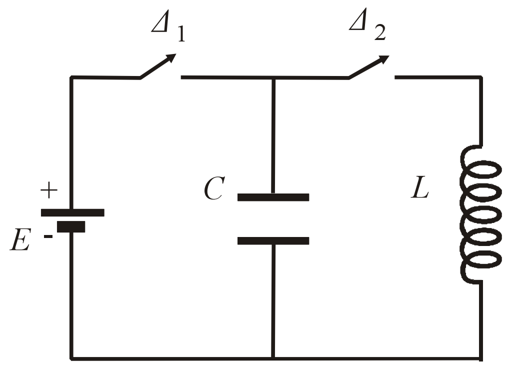
α. 5 J
β. 10 J
γ. 20 J

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης $E = 5$ V μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας $C = 8 \cdot 10^{-6}$ F, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 2 \cdot 10^{-2}$ H. Αρχικά ο διακόπτης $\varDelta_1$ είναι κλειστός και ο διακόπτης $\varDelta_2$ ανοιχτός.



Γ1. Να υπολογίσετε το φορτίο Q του πυκνωτή.

Μονάδες 6

Ανοίγουμε το διακόπτη $\varDelta_1$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε το διακόπτη $\varDelta_2$. Το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Γ2. Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας $m = 2$ kg και ακτίνας $r = 1$ m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση $x = 2\,\text{m}$ σε χρόνο $t = 1\,\text{s}$.

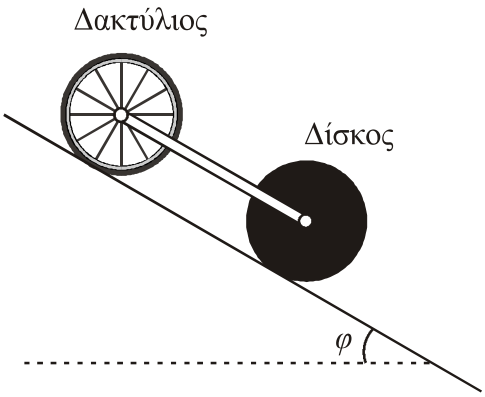
Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Μονάδες 7

Δ2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Μονάδες 4

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



Δ3. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1 / K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

Μονάδες 6

Δ4. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M = 1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα. Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Να μην χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου.

Δίνεται: $g = 10\ \text{m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \dfrac{1}{2}$.

Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β
Α2. γ
Α3. β
Α4. γ
Α5. **α)** Λάθος
β) Λάθος
γ) Σωστό
δ) Λάθος
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η α.
Δικαιολόγηση:

1ος Τρόπος
Αρχικά το σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος $2A$. Επομένως θα ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = N\lambda \quad (1) \text{ όπου } N = 0,\ 1,\ 2,\ 3...$$

Όταν αλλάζουμε συχνότητα, θα ισχύει:

$$\lambda' = \frac{\upsilon}{f'} = \frac{\upsilon}{2f} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\lambda' \quad (2)$$

Επομένως η (1) θα δώσει:

$$|r_1 - r_2| = N2\lambda' \Rightarrow |r_1 - r_2| = N'\lambda',\ \text{με } N' = 2N,\ N' = 0,2,4...$$

2ος Τρόπος
Για το σημείο Σ ισχύει:

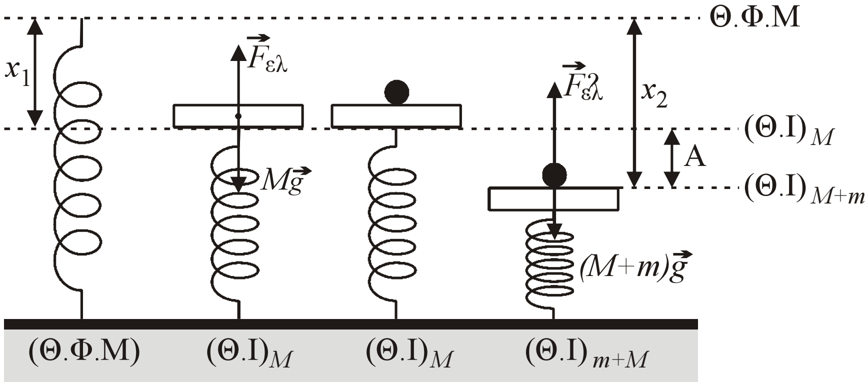
$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\, 2\pi\,(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda})\right| = 2A$$

Όταν $f' = 2f$ θα είναι: $\lambda' = \dfrac{\upsilon}{f'} = \dfrac{\upsilon}{2f} = \dfrac{\lambda}{2}$

Επομένως

$$A'_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\, 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\, 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\frac{\lambda}{2}}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\, 4\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\right| = 2A\,.$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η α.
Δικαιολόγηση:



$(Θ.Ι.)_M$:

$$\Sigma\vec{F}=\vec{0}\Rightarrow F_{ελ}-Mg=0\Rightarrow kx_1-Mg=0\Rightarrow Mg=kx_1\Rightarrow x_1=\frac{Mg}{k}\quad(1)$$

$(Θ.Ι.)_{M+m}$:

$$\Sigma\vec{F}=\vec{0}\Rightarrow F_{ελ}'-(M+m)g=0\Rightarrow kx_2-(M+m)g=0\Rightarrow (M+m)g=kx_2\Rightarrow$$

$$x_2=\frac{(M+m)g}{k}\quad(2)$$

Την στιγμή που τοποθετούμε πάνω στο δίσκο το σώμα μάζας m το σύστημα δίσκος – σώμα ξεκινά ταλάντωση έχοντας μηδενική ταχύτητα. Επομένως ξεκινά την ταλάντωση του από την ακραία του θέση (Α.Θ.Ι. του M).

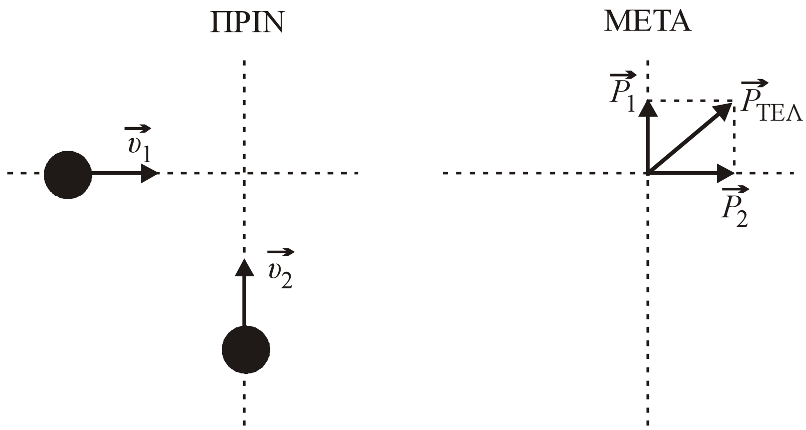
$$A=x_2-x_1=\frac{(M+m)g}{k}-\frac{Mg}{k}=\frac{Mg+mg-Mg}{k}=\frac{mg}{k}$$

$$A=\frac{mg}{k}$$

$$E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow E=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2\Rightarrow E=\frac{1}{2}\frac{km^2g^2}{k^2}\Rightarrow E=\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η β.

Δικαιολόγηση:



Κρούση $\rightarrow$ ΑΔΟ $\rightarrow \vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ.}$

$$P_{τελ.} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \Rightarrow P_{τελ.} = \sqrt{(2\cdot 4)^2 + (3\cdot 2)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \text{ kgm/s} \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)\upsilon_{τελ.} = 10 \Rightarrow 5\cdot\upsilon_κ = 10 \Rightarrow \upsilon_κ = 2 \text{ m/s}$$

Άρα: $K_{συσ.} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_κ{}^2 = \frac{1}{2}(2+3)\cdot 2^2 = 10 \text{ J}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά ο διακόπτης Δ_1 κλειστός και ο Δ_2 ανοικτός.

Από τη σχέση της χωρητικότητας του πυκνωτή:

$$C = \frac{Q}{V_C} \Rightarrow C = \frac{Q}{E} \Rightarrow Q = C\cdot E \Rightarrow Q = 8\cdot 10^{-6}\cdot 5 = 40\cdot 10^{-6} = 4\cdot 10^{-5} \text{ c}$$

Γ2. Όταν την $t = 0$ ο διακόπτης Δ_1 ανοικτός και ο Δ_2 κλειστός τότε ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται και το κύκλωμα μετατρέπεται σε κύκλωμα LC όπου ξεκινά ηλεκτρική ταλάντωση:

Η περίοδος είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\cdot\sqrt{2\cdot 10^{-2}\cdot 8\cdot 10^{-6}} = 2\pi\cdot\sqrt{16\cdot 10^{-8}} = 2\pi\cdot 4\cdot 10^{-4} = 8\pi\cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

Γ3. Όταν $t = 0 \Rightarrow q = Q \;\; και \;\; i = 0$.

Άρα η εξίσωση του ρεύματος είναι:

$i = -I\,ημ\,\omega t$ (1) με $I = \omega Q$ (2)

Όμως $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8\pi\cdot 10^{-4}} = \frac{1}{4}\cdot 10000 = 2500 \text{ rad/s}$.

Άρα η (2) γίνεται $I = 2500\cdot 4\cdot 10^{-5} = 10^4\cdot 10^{-5} = 10^{-1} = 0{,}1 \text{ A}$.

Τελικά η (1) είναι: $i = -0{,}1ημ2500t$ (S.I)

Γ4. Έχουμε $U_B = 3U_E$

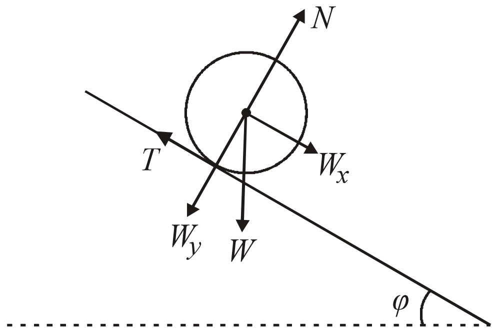
Από Α.Δ.Ε. έχουμε $U_E + U_B = E \Rightarrow U_E + 3U_E = E \Rightarrow 4U_E = E \Rightarrow$

$$4\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow q^2 = \frac{Q^2}{4} \Rightarrow q = \pm\frac{Q}{2} \Rightarrow |q| = \frac{Q}{2} \Rightarrow$$

$|q| = 2 \cdot 10^{-5}$ C

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



Για τον δίσκο που κυλά ισχύει:

$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow W_x - T = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot ημ30 - T = m \cdot \alpha_{γων} \cdot R \Rightarrow$

$$20 \cdot \frac{1}{2} - T = 2 \cdot a_{γων} \Rightarrow 10 - T = 2 \cdot a_{γων} \quad (1)$$

Επίσης ισχύει: $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T \cdot R = I \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T = I \cdot \alpha_{γων} \quad (2)$

Επίσης ισχύει: $X = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \Rightarrow a_{cm} = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a_{cm} = \frac{4}{1} \Rightarrow a_{cm} = 4 \text{ m/s}^2$

Οπότε: $a_{γων} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow a_{γων} = 4 \text{ rad/s}^2$

Άρα:

$$\left.\begin{aligned} &(1) \Rightarrow 10 - T = 2 \cdot 4 \Rightarrow 10 - T = 8 \\ &(2) \Rightarrow T = 4 \cdot I \end{aligned}\right\} \Rightarrow 10 - 4 \cdot I = 8 \Rightarrow 4I = 2 \Rightarrow I = 0,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ2. Δίσκος

Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχω:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm_1} \Rightarrow M \cdot g \cdot ημ30 - T_1 = M \cdot a_{cm_1} \Rightarrow 5M - T_1 = M \cdot a_{cm_1} \quad (3)$$

Για τη στροφική κίνηση του δίσκου έχω:

$$\Sigma_\tau = I_1 \cdot \alpha_{γων_1} \Rightarrow T_1 \cdot R = \frac{1}{2}M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm_1}}{R} \Rightarrow T_1 = \frac{M \cdot a_{cm_1}}{2} \quad (4)$$

Από (3), (4)

$$\Rightarrow 5M - \frac{M\cdot\alpha_{\text{cm}_1}}{2} = M\cdot\alpha_{\text{cm}_1} \Rightarrow 5 - \frac{\alpha_{\text{cm}_1}}{2} = \alpha_{\text{cm}_1} \Rightarrow \frac{3}{2}\alpha_{\text{cm}_1} = 5 \Rightarrow \alpha_{\text{cm}_1} = \frac{10}{3}\ \text{m/s}^2 .$$

Δακτύλιος

Για τη μεταφορική κίνηση του δακτυλίου έχω:

$$\Sigma F_x = M\cdot a_{\text{cm}_2} \Rightarrow M\cdot g\cdot \text{ημ}\,30 - T_2 = M\cdot a_{\text{cm}_2} \Rightarrow 5M - T_2 = M\cdot a_{\text{cm}_2} \quad (5)$$

Για τη στροφική κίνηση του δακτυλίου έχω:

$$\Sigma_\tau = I_2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.2} \Rightarrow T_2\cdot R = M\cdot R^2\cdot\frac{a_{\text{cm}_2}}{R} \Rightarrow T_2 = M\cdot a_{\text{cm}_2} \quad (6)$$

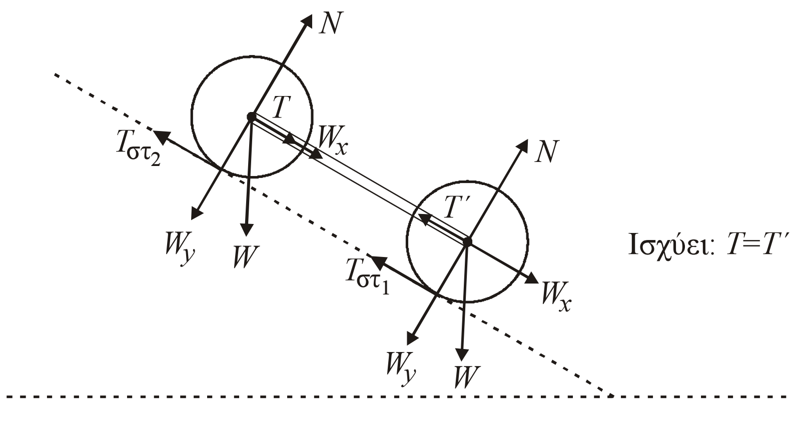
Από (5), (6) έχω:

$$5M - M\cdot a_{\text{cm}_2} = M\cdot a_{\text{cm}_2} \Rightarrow 5 - a_{\text{cm}_2} = a_{\text{cm}_2} \Rightarrow 2a_{\text{cm}_2} = 5 \Rightarrow a_{\text{cm}_2} = \frac{5}{2}\ \text{m/s}^2$$

Άρα: $a_{\text{cm}_1} = \frac{10}{3}\ \text{m/s}^2 > a_{\text{cm}_2} = \frac{5}{2}\ \text{m/s}^2$.

Ο δίσκος κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Δ3.



Ισχύει: T=T'

Αφού τα δύο στερεά είναι συνδεδεμένα με ράβδο όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, διαπιστώνουμε ότι κινούνται με κοινή ταχύτητα κέντρου μάζας (υ_{cm}).

Ισχύει: $K_{\text{δίσκου}} = K_1 = K_{1\ \text{μεταφ.}} + K_{1\ \text{περισ.}} \Rightarrow$

$$K_1 = \frac{1}{2}M\cdot\upsilon_{\text{cm}}^{\ 2} + \frac{1}{2}I_1\cdot\omega_1^{\ 2} \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}M\cdot\upsilon_{\text{cm}}^{\ 2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\cdot\frac{\upsilon_{\text{cm}}^{\ 2}}{R^2} \Rightarrow K_1 = \frac{3}{4}M\cdot\upsilon_{\text{cm}}^{\ 2} \quad (7)$$

Ομοίως για τον δακτύλιο ισχύει:

$K_{δακτ.} = K_2 = K_{2\,μεταφ.} + K_{2\,περισ.} \Rightarrow$

$$K_2 = \frac{1}{2}M \cdot \upsilon_{cm}{}^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \omega_2{}^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \upsilon_{cm}{}^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \frac{\upsilon_{cm}{}^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$K_2 = M \cdot \upsilon_{cm}{}^2 \quad (8)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (7), (8) έχω:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4} \cdot M \cdot \upsilon_{cm}{}^2}{M \cdot \upsilon_{cm}{}^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}.$$

Δ4. Εξαιτίας του ότι η ράβδος είναι αβαρής ισχύει $T = T'$. Επίσης, επειδή τα δύο στερεά είναι συνδεδεμένα με τη ράβδο ισχύει: $a_{cm_1} = a_{cm_2} = a_{cm}$.

Για το δίσκο έχω:

Μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm} \Rightarrow W_x - T - T_{στ_1} = M \cdot a_{cm} \Rightarrow M \cdot g \cdot ημ\,30^\circ - T - T_{στ_1} = M \cdot a_{cm} \quad (9)$$

Στροφική κίνηση: $\Sigma_\tau = I_1 \cdot \alpha_{γων_1} \Rightarrow T_{στ_1} \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow \mathrm{T}_{στ_1} = \frac{M \cdot a_{cm}}{2} \quad (10)$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (9) και (10) έχουμε:

$$M \cdot g \cdot ημ\,30^\circ - T = \frac{3}{2} M \cdot a_{cm} \quad (11)$$

Για το δακτύλιο έχω:

Μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm} \Rightarrow W_x + T - T_{στ_2} = M \cdot a_{cm} \Rightarrow M \cdot g \cdot ημ\,30^\circ + T - T_{στ_2} = M \cdot a_{cm} \quad (12)$$

Περιστροφική κίνηση: $\Sigma\tau = I_2 \cdot \alpha_{γων_2} \Rightarrow$

$$T_{στ_2} \cdot R = M \cdot R^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_{στ_2} = M \cdot \alpha_{cm} \quad (13)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (12) και (13) έχουμε:

$$M \cdot g \cdot ημ\,30^\circ + T = 2M \cdot a_{cm} \quad (14)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (11) και (14) έχουμε:

$$2M \cdot g \cdot ημ\,30^\circ = \frac{7}{2} M \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{20}{7}\ \mathrm{m/s^2}.$$

Με αντικατάσταση στην (14) προκύπτει:

$$T = 2M \cdot a_{cm} - Mg\ ημ\,\phi = 2 \cdot 1,4 \cdot \frac{20}{7} - 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 8 - 7 \Rightarrow T = 1\ \mathrm{N}$$

<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2011

<u>ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1–Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{αντ} = -bυ$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης, η περίοδος μειώνεται.
β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Α2. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα $\vec{υ}$, το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\vec{E}$ και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι. Θα ισχύει:

α. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \parallel \vec{υ}$
β. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \perp \vec{υ}$
γ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \perp \vec{υ}$
δ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \parallel \vec{υ}$, $\vec{B} \parallel \vec{υ}$

Μονάδες 5

Α3. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε:

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.
γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

Α4. Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ. Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

α. με συχνότητα μικρότερη της f_s.
β. με συχνότητα ίση με την f_s.
γ. με μήκος κύματος μικρότερο του λ.
δ. με μήκος κύματος ίσο με το λ.

Μονάδες 5

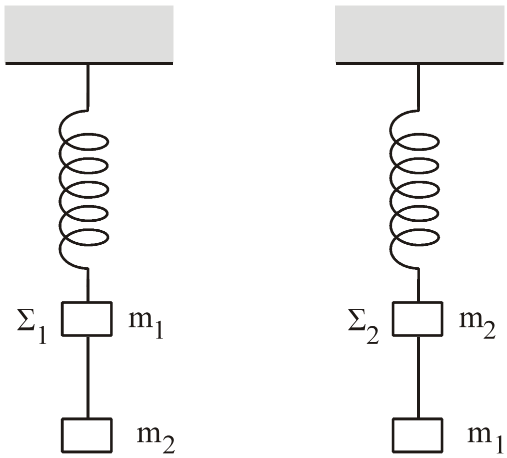
Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά, όσο και στα υγρά και τα αέρια.
β. Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
γ. Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
ε. Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2. Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2, ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2, τότε:

α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ **β.** $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f. Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 της δεύτερης πηγής.

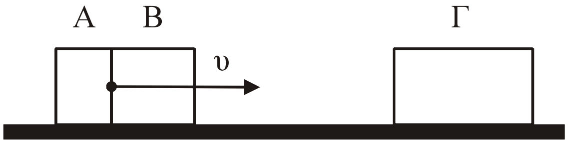
Η τιμή της f είναι:

α. $\frac{f_1 + f_2}{2}$ **β.** $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ **γ.** $\frac{f_2 - f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β3. Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2, είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα υ. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα υ/3. Τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2} = 2$ **β.** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0{,}2\,ημ\,2π(5t - 10)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι υ = 2 m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ και d = 1 m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $ΜΠ_1$.

Μονάδες 5

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

Μονάδες 6

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \le t \le 2{,}5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

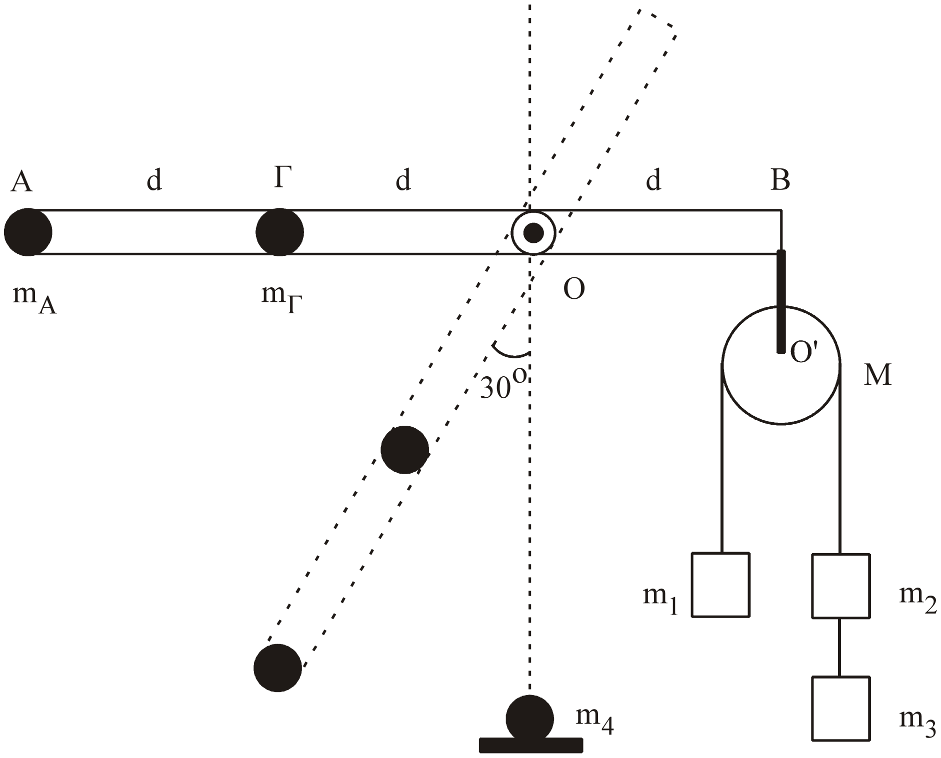
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d = 1 m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A =1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$ = 6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας Μ = 4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1 = 2 kg, $m_2 = m_3$ = 1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4 = 5 kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: g = 10 m/s^2, ημ30° = 1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = MR^2/2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **γ**

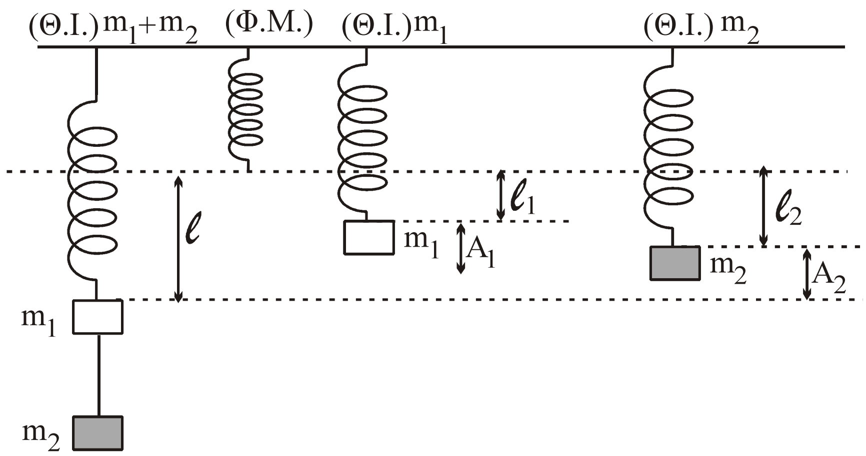
Α2. **β**

Α3. **γ**

Α4. **γ**

Α5. **α: Σ,** **β: Λ,** **γ: Σ,** **δ: Λ,** **ε: Λ**

ΘΕΜΑ Β



Β1. Θ.Ι. (m_1+m_2) : $(m_1+m_2)g = Kl \Rightarrow l = \dfrac{(m_1+m_2)g}{K}$

Θ.Ι. (m_1) : $m_1 g = Kl_1 \Rightarrow l_1 = \dfrac{m_1 g}{K}$

$A_1 = l - l_1 = \dfrac{m_2 g}{K}$ Ομοίως για m_2

$A_2 = l - l_2 = \dfrac{(m_1+m_2)g}{K} - \dfrac{m_2 g}{K} = \dfrac{m_1 g}{K}$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}KA_1^2}{\frac{1}{2}KA_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{\frac{m_2^2 g^2}{K^2}}{\frac{m_1^2 g^2}{K^2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η β.

Β2.

$$\left.\begin{aligned} f_\delta &= |f - f_1| \\ f_\delta &= |f - f_2| \end{aligned}\right\} \Rightarrow f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2 \quad (\text{άτοπο})$$

ή

$$f - f_1 = -(f - f_2) \Rightarrow f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow 2f = f_2 + f_1 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α.

B3. Α.Δ.Ο.

$$(m_1+m_2)\upsilon+O=O+(m_2+4m_1)\frac{\upsilon}{3}\Leftrightarrow$$

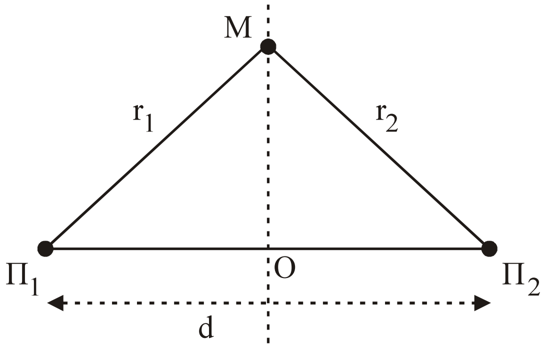
$$m_1\,\upsilon+m_2\,\upsilon=m_2\frac{\upsilon}{3}+4m_1\frac{\upsilon}{3}\Leftrightarrow$$

$$m_1\,\upsilon-\frac{4}{3}m_1\,\upsilon=m_2\frac{\upsilon}{3}-m_2\,\upsilon\Leftrightarrow$$

$$m_1=2m_2\Leftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=2$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α..

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. $y_M=0,2\,\eta\mu 2\pi\left(5t-10\right)$ (1)

$\upsilon=2$ m/s

$\left(\Pi_1\Pi_2\right)=d=1$ m $\qquad r_1=r_2=r$ (Μ σημείο της μεσοκαθέτου)

Η εξίσωση απομάκρυνσης της συμβολής είναι:

$$y=2A\,\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right).$$

Αντιστοιχίζοντας με την (1), έχω:

$$\frac{t}{T}=5t\Rightarrow\frac{1}{T}=5\Rightarrow T=\frac{1}{5}\ \text{sec}.$$

Άρα $f=5$ Hz..

Από τη ταχύτητα διάδοσης κύματος έχω:

$$\upsilon=\lambda f\Rightarrow 2=\lambda\cdot 5\Rightarrow\lambda=\frac{2}{5}\Rightarrow\lambda=0,4\ \text{m}.$$

Επίσης ισχύει: $\frac{r_1+r_2}{2\lambda}=10\Rightarrow\frac{2r}{2\lambda}=10\Rightarrow\frac{r}{\lambda}=10\Rightarrow r=10\cdot\lambda=0,4\cdot 10\Rightarrow r=4$ m.

Άρα $r_1=4$ m.

Γ2. Η φάση Μ είναι:

$\varphi_{\mathrm{M}} = 2\pi\left(5t - 10\right)$

$О\Pi_1 = О\Pi_2 = 0{,}5$ m.

$О\Pi_1 + О\Pi_2 = 1$ m.

Άρα η φάση του Ο είναι:

$$\varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{(О\Pi_1 + О\Pi_2)}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{1}{0{,}8}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right)$$

Άρα: $\Delta\varphi = \varphi_o - \varphi_{\mathrm{M}} = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) - 2\pi\left(5t - 10\right) = 10\pi t - \frac{5\pi}{2} - 10\pi t + 20\pi \Rightarrow$

$\Delta\varphi = 20\pi - 2{,}5\pi \Rightarrow \Delta\varphi = 17{,}5\pi$ rad.

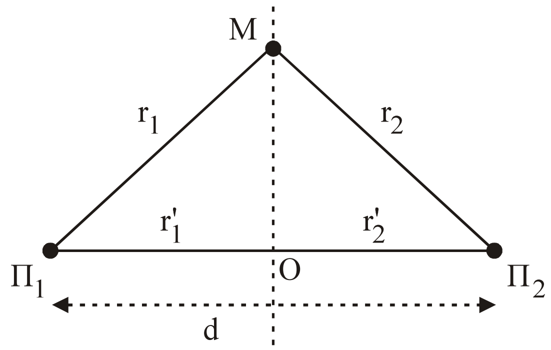
<u>β τρόπος</u>

Οι χρονικές στιγμές άφιξης των δύο κυμάτων στα σημεία Ο, Μ υπολογίζονται ως εξής:

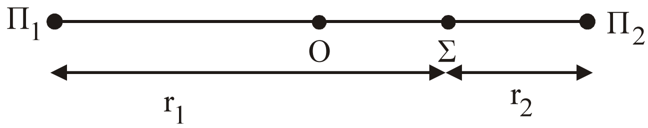
$$\upsilon = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} t_0 = \frac{r_1}{\upsilon} \Rightarrow t_0 = \frac{4}{2} \Rightarrow t_0 = 2\,\text{sec} \\ t_M = \frac{r'_1}{\upsilon} \Rightarrow t_M = \frac{0{,}5}{2} \Rightarrow t_M = 0{,}25\,\text{sec} \end{matrix}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\cdot\left(t_0 - t_M\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0{,}2}\cdot\left(2 - 0{,}25\right) \Rightarrow \Delta\varphi = 17{,}5\ \text{rad}$$



Γ3. Έστω Σ σημείο ενισχυτικής συμβολής



Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 - r_2 = N\lambda \\ r_1 + r_2 = d \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2r_1 = N\lambda + d \Rightarrow \\ r_1 = \dfrac{N\lambda}{2} + \dfrac{d}{2} \Rightarrow r_1 = 0,2N + 0,5 \end{array}$$

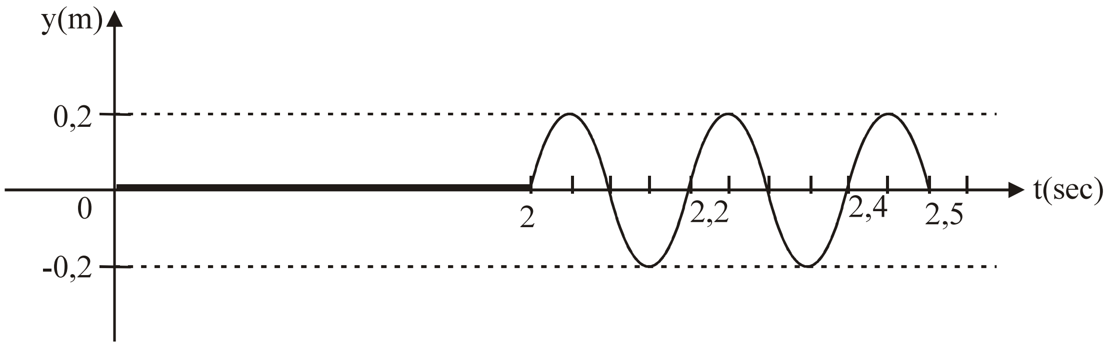
όμως $0 < r_1 < 1 \Rightarrow 0 < 0,2N + 0,5 < 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow -0,5 < 0,2N < 0,5 \Rightarrow -2,5 < N < 2,5$

άρα το N μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές

N: −2, −1, 0, 1, 2.
Έχω πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής.

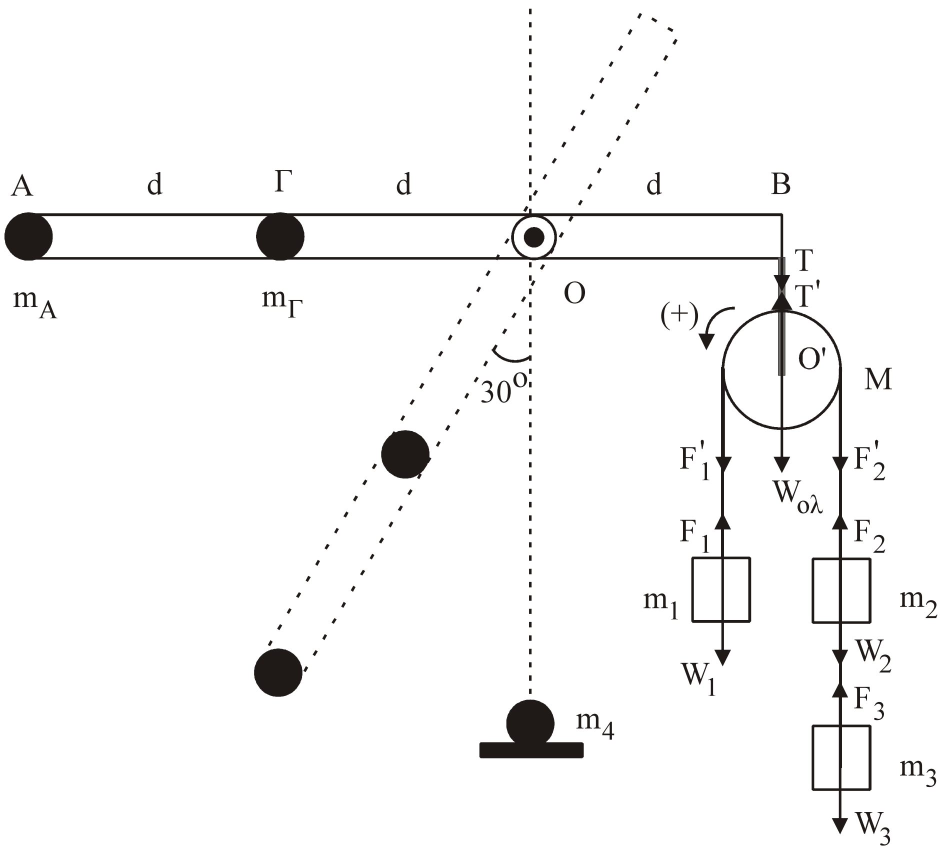
Γ4. Τα κύματα από τις πηγές Π_1, Π_2 φτάνουν στο Μ σε χρόνο:
$$t = \frac{r}{\upsilon} = \frac{4}{2} = 2\ \text{sec}.$$

Για την περίοδο έχουμε:
$T = 0,2$ sec
άρα ο αριθμός ταλαντώσεων:
$$N = \frac{2,5-2}{0,2} \Leftrightarrow N = \frac{0,5}{0,2} \Leftrightarrow N = 2,5 \ \text{ταλαντώσεις.}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σημείο Β ασκείται δύναμη τάσης Τ ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος τροχαλίας – m_1, m_2, m_3 αφού το σύστημα ισορροπεί.



$L = 3d \Rightarrow L = 3m$
$m_A = 1\,Kg \qquad m_1 = 2\,Kg$
$m_\Gamma = 6\,Kg \qquad m_2 = m_3 = 1\,Kg$
$M = 4\,Kg$

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_\tau = m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot d - (M + m_1 + 2m_2) \cdot g \cdot d$$

$$\Sigma_\tau = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 80 \cdot 1$$

$$\Sigma_\tau = 80 - 80 \Rightarrow \Sigma_\tau = 0$$

Άρα η ράβδος δεν περιστρέφεται και ισορροπεί.

Πιο αναλυτική λύση:

Στην τροχαλία έχουμε:

$F_1 = w_1$

$F_1' = F_1$ (αβαρή σχοινιά)

$F_3 = w_3$

$F_2 = w_2 + w_3$

$F_2 = F_2'$ (αβαρή σχοινιά)

Άρα: $\tau_{F_1'} = \tau_{w_1}$ και $\tau_{F_2'} = \tau_{w_{2,3}}$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{(O')}} = \tau_{F_1'} - \tau_{F_2'} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = \tau_{w_1} - \tau_{w_{2,3}} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - (m_2 + m_3) gR \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - 2m_2 gR \\ \text{Όμως } m_1 = 2m_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = m_1 gR - m_1 gR \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O')}} = 0.$$

Άρα η τροχαλία ισορροπεί.

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = \tau_{w_A} + \tau_{w_\Gamma} - (\tau_{w_1} + \tau_{w_{2,3}} + \tau_{w_{\tau\rho o\chi.}}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - \left(m_1 g(d - R) + (m_2 + m_3) g(d + R) + Mgd\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - \left(m_1 gd - m_1 gR + 2m_2 gd + 2m_2 gR + Mgd\right)$$

Όμως $m_1 = 2m_2$, οπότε:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - \left(m_1 gd - m_1 gR + 2m_2 gd + m_1 gR + Mgd\right) =$$

$$= m_A g 2d + m_\Gamma g d - m_1 gd - 2m_2 gd - Mgd \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 4 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό O}}} = 0.$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση:

$$\Sigma_\tau = \mathrm{I}_{\text{Ολ.}} \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow \tau_{W_A} + \tau_{W_\Gamma} = \mathrm{I}_{\text{Ολ.}} \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow m_A g \cdot \text{ημ}30 \cdot 2d + m_\Gamma g \cdot \text{ημ}30 \cdot d =$$

$$= \left[m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 \right] \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = [1 \cdot 4 + 6 \cdot 1] \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 + 30 = 10 \cdot \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow 40 = 10 \cdot \alpha_{\text{γων.}} \Rightarrow \alpha_{\text{γων.}} = 4 \text{ rad/sec}^2.$$

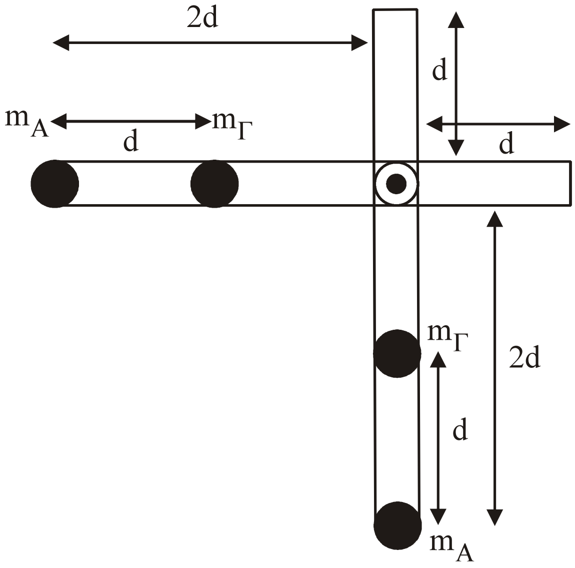
Δ3. Αρχικά εφαρμόζω Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα ράβδου -m_A – m_Γ ανάμεσα στην οριζόντια θέση και στην κατακόρυφη:

$$K_{\text{αρχ.}} + U_{\text{Ολ-αρχ.}} = K_{\text{τελ.}} + U_{\text{Ολ-τελ.}} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} \mathrm{I}_{\text{ολ.}} \cdot \omega^2 + m_\Gamma \cdot g \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega^2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow 20 + 60 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow 80 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/sec}.$$

Σημείωση: Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε την κατώτερη θέση του m_A (κατακόρυφη).



Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Αρχή διατήρησης στροφορμής για το σύστημα ράβδου – m_A – m_Γ – m_4

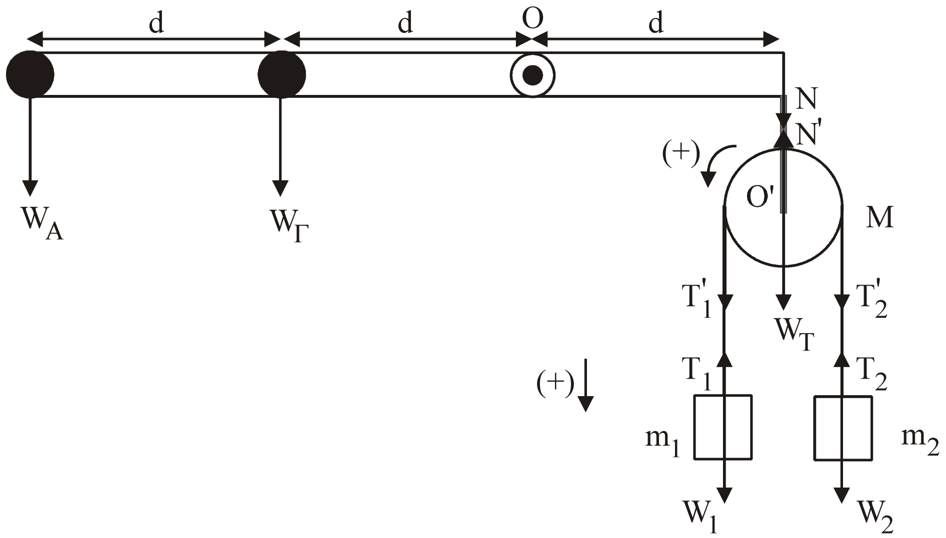
$$L_{\text{ολ}_{\text{αρχ}}} = L_{\text{ολ}_{\text{τελ}}} \Rightarrow I_{\text{ολ}} \cdot \omega = I'_{\text{ολ}} \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\text{ολ}} \cdot \omega = \left[I_{\text{ολ}} + m_4 (2d)^2 \right] \omega' \Rightarrow$$

$$10 \cdot 4 = [10 + 5 \cdot 4]\omega' \Rightarrow 40 = 30\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3} \text{ rad/sec}$$

Άρα $U_A = \omega' \cdot (2d) \Rightarrow U_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow U_A = \frac{8}{3}$ m/sec.

Δ4.



$m_1: \ \Sigma F = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1\alpha_{cm} \quad (1).$

$m_2: \ \Sigma F = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_2 = m_2 g + m_2\alpha_{cm} \quad (2)$

Τροχαλία:

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{\tau\rho o\chi.} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow (T_1 = T'_1, T_2 = T'_2 \ \text{αβαρή σχοινιά})$$

$$\Rightarrow T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot a_{cm} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M \cdot a_{cm} \ (3) \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας (1) και (2) στην (3) $\Rightarrow$

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha_{cm} - m_2 \cdot g - m_2 \cdot \alpha_{cm} = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 - m_2) g = \left(\frac{1}{2} M + m_1 + m_2\right) \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(m_1 - m_2) g}{\frac{1}{2} M + m_1 + m_2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(2-1)10}{\frac{1}{2} 4 + 2 + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{5} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \text{ m/sec}^2 .$$

άρα η (1) $\Rightarrow T_1 = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N}$.

και η (2) $\Rightarrow T_2 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 2 \Leftrightarrow T_2 = 12$ N.

Επειδή η τροχαλία είναι ακίνητη μεταφορικά έχω:

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$
$N' - T_1' - T_2' - W_T = 0 \Leftrightarrow$
$N' = T_1 + T_2 + W_T \Leftrightarrow$
$N' = 16 + 12 + 4 \cdot 10 \Leftrightarrow$
$N' = 68$ N όμως $N = N' = 68$ N.

Για να ισορροπεί το σύστημα ράβδος – m_A – m_Γ πρέπει:

$\Sigma\tau_{(0)} = 0 \Leftrightarrow$
$\tau_w + \tau_{w_\Gamma} - \tau_N = 0 \Leftrightarrow$
$m \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot d - N \cdot d = 0 \Leftrightarrow$
$m \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 68 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow$
$m = \dfrac{8}{20} \Leftrightarrow m = 0{,}4$ Kg.

<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2012

<u>ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1–Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

- **α.** έχουμε πάντα συντονισμό
- **β.** η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
- **γ.** για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό
- **δ.** η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από

- **α.** τη συχνότητα του κύματος
- **β.** τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης
- **γ.** το πλάτος του κύματος
- **δ.** την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης.

Μονάδες 5

Α3. Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η ολική ενέργεια είναι

- **α.** ανάλογη του φορτίου του πυκνωτή
- **β.** ανάλογη του $\etaμ^2(\sqrt{LC}\,t)$
- **γ.** σταθερή
- **δ.** ανάλογη της έντασης του ρεύματος.

Μονάδες 5

Α4. Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

- **α.** οι ακτίνες X έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπέρυθρο
- **β.** το ερυθρό φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το πράσινο φως και μεγαλύτερη συχνότητα από τις ακτίνες X
- **γ.** τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μικρότερη συχνότητα από το υπεριώδες
- **δ.** το πορτοκαλί φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από τις ακτίνες X και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπεριώδες.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Βασιζόμενοι στο φαινόμενο Doppler μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα ενός άστρου σε σχέση με τη Γη.

β. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων ο κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\mathrm{kg}\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$.

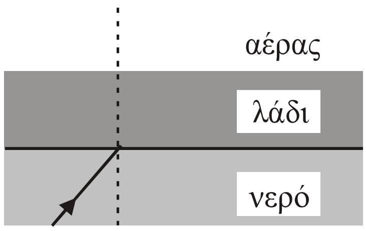
δ. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

ε. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, προερχόμενη από πηγή που βρίσκεται μέσα στο νερό, προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια νερού – αέρα υπό γωνία ίση με την κρίσιμη. Στην επιφάνεια του νερού ρίχνουμε στρώμα λαδιού το οποίο δεν αναμιγνύεται με το νερό, έχει πυκνότητα μικρότερη από το νερό και δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από το δείκτη διάθλασης του νερού.



Τότε η ακτίνα

α. θα εξέλθει στον αέρα
β. θα υποστεί ολική ανάκλαση
γ. θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

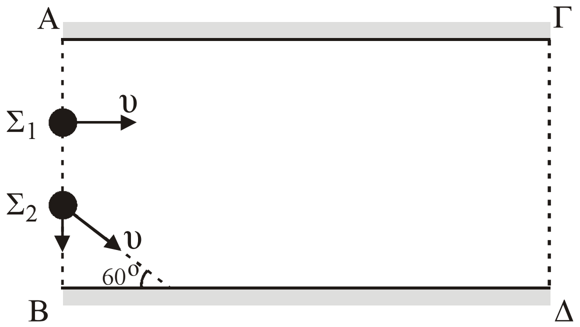
Β2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Ox, δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x = 0$. Δύο σημεία K και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση $x = 0$, σε αποστάσεις $\dfrac{\lambda}{6}$ και $\dfrac{\lambda}{12}$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων $\dfrac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda}$ των σημείων αυτών είναι:

α. $\sqrt{3}$ **β.** $\frac{1}{3}$ **γ.** 3

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β3. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους *ΑΓ* και *ΒΔ*, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα *ΑΒ* και *ΓΔ* είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα Σ_1 κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου υ, παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το *ΑΒ* μέχρι το *ΓΔ* σε χρόνο t_1. Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα Σ_2 που έχει ταχύτητα μέτρου υ συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία $\varphi = 60^o$ και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το *ΑΒ* μέχρι το *ΓΔ* σε χρόνο t_2. Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.



Τότε θα ισχύει:

α. $t_2 = 2\,t_1$ **β.** $t_2 = 4\,t_1$ **γ.** $t_2 = 8\,t_1$

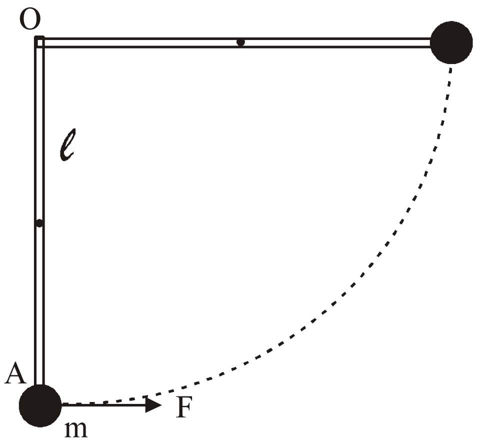
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Δίνονται: $\eta\mu 60^\circ = \sqrt{3}/2$, $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = 1/2$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Ομογενής και ισοπαχής δοκός (OA), μάζας M = 6 kg και μήκους ℓ = 0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της O. Στο άλλο της άκρο A υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m = M/2$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού- σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

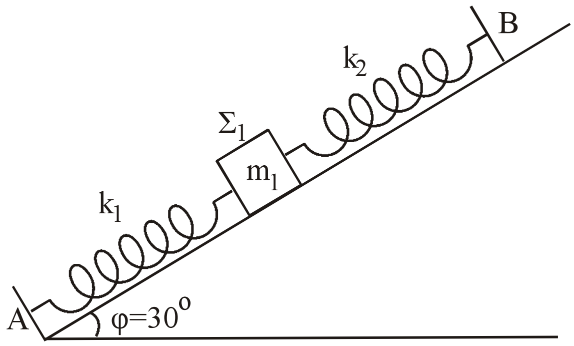
Μονάδες 7

Δίνονται: $g = 10\ \text{m/s}^2$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{CM} = \frac{1}{12} M\ell^2$,

$\text{ημ}60^\circ = \text{συν}30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\text{ημ}30^\circ = \text{συν}60^\circ = 1/2$.

ΘΕΜΑ Δ

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi = 30^o$. Στα σημεία A και B στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60$ N/m και $k_2 = 140$ N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2$ kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το A προς το B.

Μονάδες 7

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 6$ kg. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1.
Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

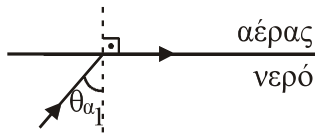
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ, **Α2.** β, **Α3.** γ, **Α4.** γ

Α5. α. Σ,
β. Σ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

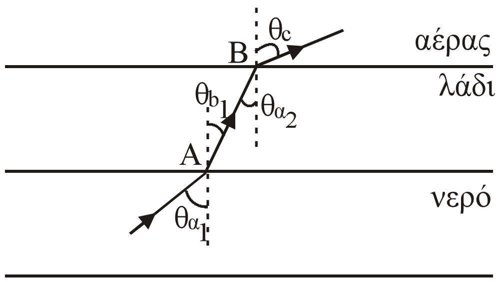
Β1. Σωστό το γ.



Αρχικά Snell μεταξύ νερού – αέρα

$n_{νερού} \cdot ημ\theta_{\alpha_1} = n_{αέρα} \cdot ημ90^\circ$, Όμως $n_{αέρα} = 1$ και $ημ90^\circ = 1$

Άρα: $n_{νερού} = \dfrac{1}{ημ\theta_{\alpha_1}}$ (1)



Snell στο (Α) νερό- λάδι

$$n_{νερού} \cdot ημ\theta_{\alpha_1} = n_{λάδι} \cdot ημ\theta_{b_1} \overset{(1)}{\Longrightarrow} \frac{1}{ημ\theta_{\alpha_1}} \cdot ημ\theta_{\alpha_1} = n_{λάδι} \cdot ημ\theta_{b_1} \Rightarrow ημ\theta_{b_1} = \frac{1}{n_{λάδι}} \quad (2)$$

Snell στο (Β) :

$n_{λάδι} \cdot ημ\theta_{\alpha_2} = n_{αέρα} \cdot ημ\theta_c$ (3)

Όμως $\theta_{b_1} = \theta_{a_2}$ εντός εναλλάξ και $n_{αέρα}=1$.

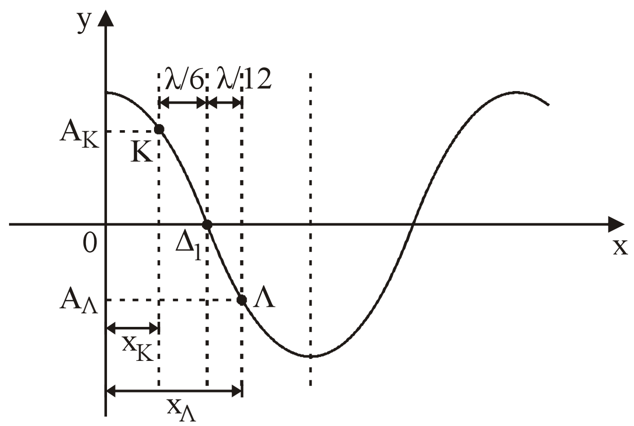
Άρα από τη σχέση (2) η (3) γίνεται:

$$n_{λάδι} \cdot \frac{1}{n_{λάδι}} = ημ\theta_c \Rightarrow ημ\theta_c = 1$$

Άρα $\theta_c = 90^\circ$

Άρα θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.
Οπότε σωστό είναι το γ.

B2. Σωστό είναι το α.



Η απόσταση των σημείων Κ, Λ από τη θέση x = 0 είναι αντίστοιχα:

$$x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} \Rightarrow x_K = \frac{\lambda}{12}$$

$$x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Rightarrow x_\Lambda = \frac{4\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

Τα πλάτη της ταλάντωσης A_K, A_Λ των σημείων Κ, Λ δίνονται :

$$A_K = \left|2A\text{συν}\frac{2\pi x_K}{\lambda}\right| \text{ και } A_\Lambda = \left|2A\text{συν}\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}\right|$$

$$A_K = \left|2A\text{συν}\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{12}\right| \Rightarrow A_K = \left|2A\text{συν}\frac{\pi}{6}\right| = \sqrt{3}\cdot A$$

Άρα: $A_\Lambda = \left|2A\text{συν}\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{3}\right| \Rightarrow A_\Lambda = \left|2A\text{συν}\frac{2\pi}{3}\right| = A$

Οπότε έχουμε:

$$\upsilon_{\max_K} = \omega \cdot A_K \qquad (1)$$

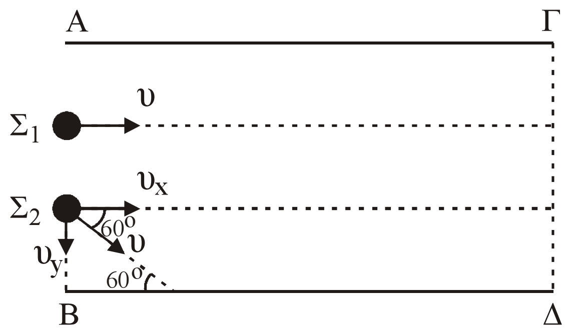
$$\upsilon_{\max_\Lambda} = \omega \cdot A_\Lambda \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\upsilon_{\max_K}}{\upsilon_{\max_L}} = \frac{A_K}{A_\Lambda} = \frac{A\cdot\sqrt{3}}{A} = \sqrt{3}.$$

Άρα το σωστό είναι το α.

Β3. Σωστό το α.



Η σφαίρα Σ_1 κινείται ευθύγραμμα και ομαλά από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ και άρα ισχύει:

$$\text{ΑΓ} = \upsilon \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\text{ΑΓ}}{\upsilon} \qquad (1)$$

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ της σφαίρα Σ_2 στις συνιστώσες υ_x, υ_y.

Για τη διαδρομή ΑΓ ισχύει:

$$\upsilon_x = \upsilon \cdot \text{συν}60^\circ \Rightarrow \upsilon_x = \frac{\upsilon}{2}$$

Και $\text{ΑΓ} = \upsilon_x \cdot t_2 \Rightarrow \text{ΑΓ} = \frac{\upsilon \cdot t_2}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{2\text{ΑΓ}}{\upsilon} \qquad (2)$

Από την (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2\text{ΑΓ}}{\upsilon}}{\frac{\text{ΑΓ}}{\upsilon}} = 2 \Rightarrow t_2 = 2t_1 .$$

Άρα σωστό το α.

Σημείωση: Η σφαίρα Σ_2 δέχεται από τους τοίχους δυνάμεις κάθετες στην διεύθυνση της συνιστώσας ταχύτητας της $\vec{\upsilon}_x$. Για αυτό διατηρείται το μέτρο της ταχύτητας αυτής σταθερό.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Με εφαρμογή Steiner η ροπή αδράνειας της δοκού δίνεται:

$$I_\delta = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow$$

$$I_\delta = \frac{4M\ell^2}{12} = \frac{M\ell^2}{3}.$$

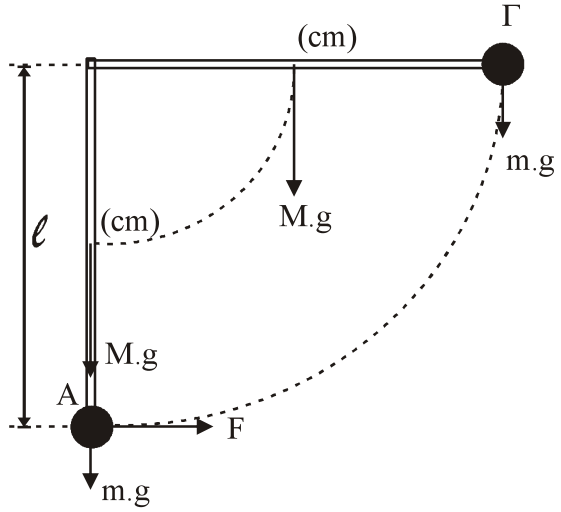
Άρα: $I_{\text{συστ}} = I_\delta + I_{\text{σφ}} = \frac{M\ell^2}{3} + m\ell^2 \Rightarrow$

$$I_{\text{συστ}} = \frac{M\ell^2}{3} + \frac{M\ell^2}{2} = \frac{5M\ell^2}{6} \Rightarrow$$

$$I_{συστ} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{6} \Rightarrow I_{συστ} = 45 \cdot 10^{-2} \mathrm{Kg \cdot m^2}.$$

Γ2. Ισχύει: $W = \tau \cdot \theta = F \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow W = \frac{120}{\pi} \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow W = 18$ J.

Γ3. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. κατά την περιστροφή του συστήματος από τη θέση Α στη θέση Γ.

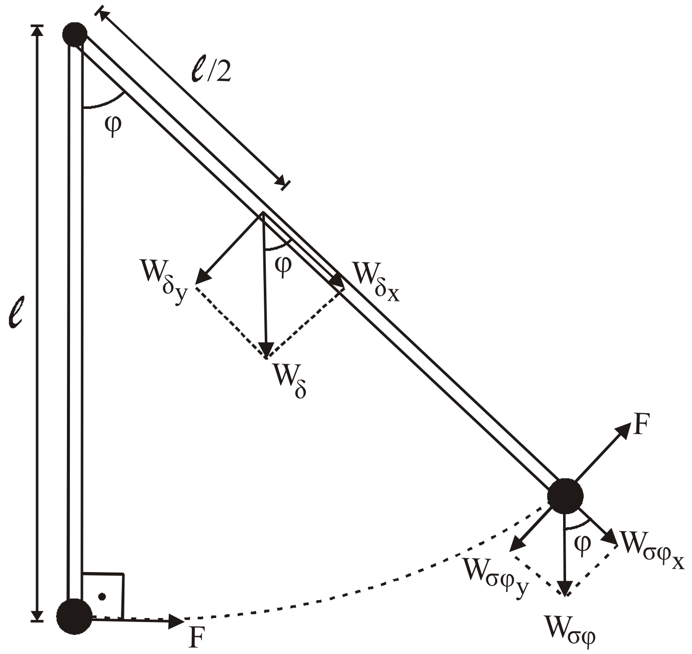


$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_{συστ} \cdot \omega^2 = W_F + W_{βαρ_{(σφ)}} + W_{βαρ_{(δ)}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 0,45 \cdot \omega^2 = 18 - m \cdot g \cdot \ell - M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 0,45 \cdot \omega^2 = 18 - 3 \cdot 10 \cdot 0,3 - 6 \cdot 10 \cdot 0,15 \Rightarrow \omega = 0 \text{ rad/s}.$$

Γ4.



Μέγιστη κινητική ενέργεια έχουμε όταν $\omega = \omega_{\max}$ δηλαδή τη στιγμή που $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$.
Όμως $\Sigma\tau = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \Sigma\tau = 0$.

Έστω $\hat{\varphi}$ η γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφη στη θέση αυτή.

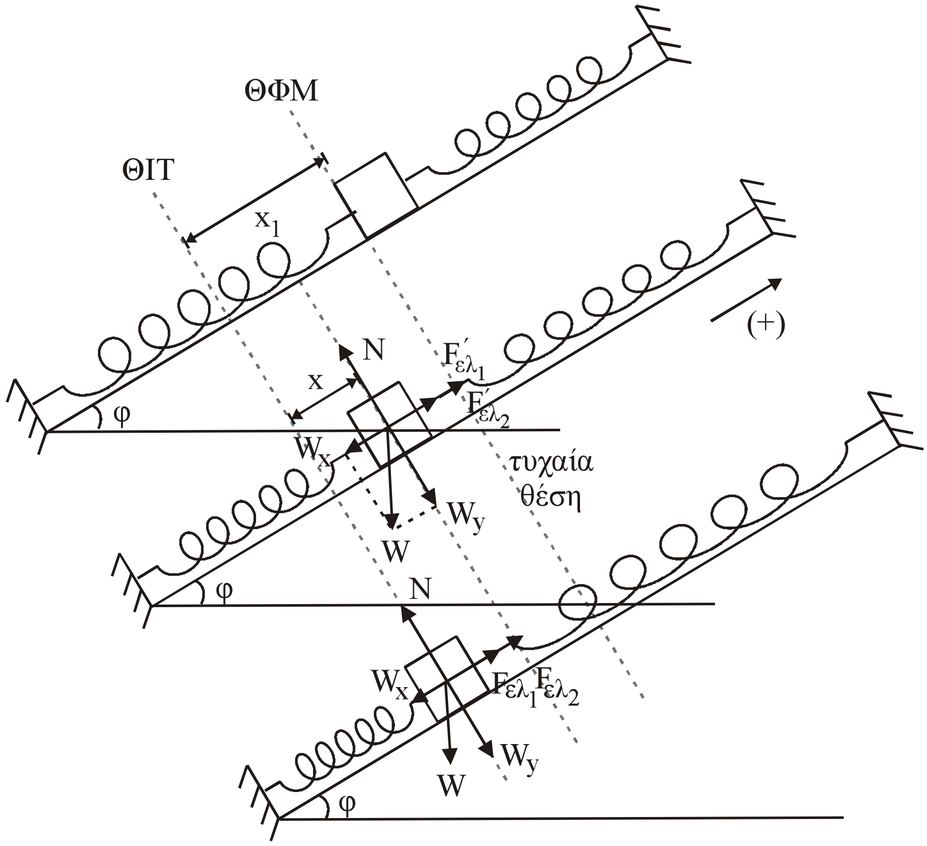
Ισχύει: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow W_{\delta_y} \cdot \dfrac{\ell}{2} + W_{\sigma\varphi_y} \cdot \ell = F \cdot \ell \Rightarrow$

$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot \frac{1}{2} + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = F \Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi = \frac{F}{\left(\frac{M}{2} + m\right) \cdot g} = \frac{30\sqrt{3}}{6 \cdot 10} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Άρα: $\hat{\varphi} = 60°$.

Δ1.



Για την Θ.Ι. ισχύει:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow W_X - F_{\varepsilon\lambda_1} - F_{\varepsilon\lambda_2} = 0 \Rightarrow m_1 g \eta\mu\varphi = k_1 x_1 + k_2 x_1 = (k_1 + k_2)x_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = 200 \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = 0{,}05\,m\,.$$

Σε μία τυχαία θέση απομάκρυνσης με (+) προς τα πάνω ισχύει:

$$\sum F_X = F_{\varepsilon\lambda_1}{}' + F_{\varepsilon\lambda_2}{}' - W_X \Rightarrow \sum F_X = k_1(x_1 - x) + k_2(x_1 - x) - mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\sum F_x = (k_1 + k_2)(x_1 - x) - mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \sum F_x = 200 \cdot (x_1 - x) - 10 \Rightarrow$$

$$\sum F_x = 10 - 200x - 10 \Rightarrow \sum F_x = -200x$$

Άρα είναι της μορφής:

$\sum F = -D \cdot x$ όπου $D = (k_1 + k_2) = 200\,N/m$. Άρα εκτελεί Α.Α.Τ.

Δ2. Η σχέση της απομάκρυνσης είναι $x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Το σώμα αφήνεται (δηλ. $\upsilon = 0$) από την αρχική του θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος, άρα η απόσταση $x_1 = 0{,}05$ m.

Από τη Θ.Ι. είναι το πλάτος (A) της ταλάντωσης του Σ_1 δηλ. $A = x_1 = 0{,}05$ m.

Ισχύει για $t = 0$ $x = +A$

άρα $x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow +A = A\,\eta\mu\varphi_0 \Leftrightarrow = \eta\mu\varphi_0 + 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \left[\begin{array}{l} 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ 2\kappa\pi + \left(\pi - \dfrac{\pi}{2}\right) \end{array}\right.$

για $k = 0 \Leftrightarrow \varphi_0 = \pi/2$ rad.

Δίνεται $\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m_1}} = \sqrt{\dfrac{60+140}{2}} = \sqrt{\dfrac{200}{2}} = 10\text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 10\text{ rad/s}.$

Άρα $x = 0,05\,\text{ημ}\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (SI)

ή $x = 0,05\,\text{συν}\,\omega t$ (SI)

Δ3. Η σταθερά επαναφοράς δίνεται από τη σχέση $D = m \cdot \omega^2$.

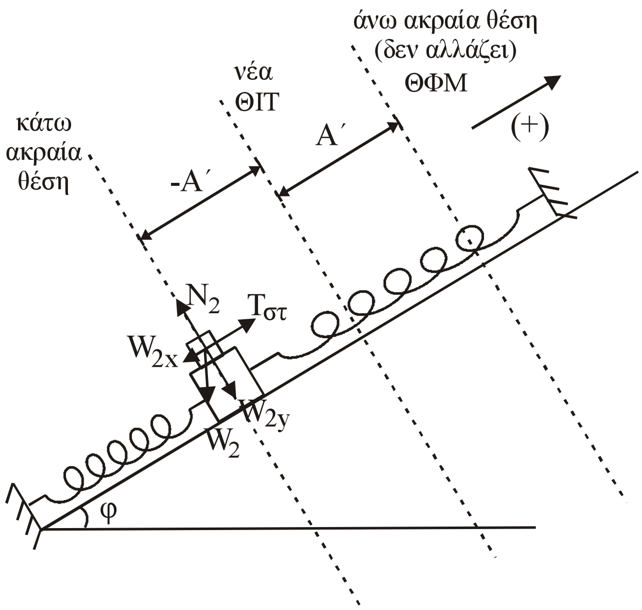
Για το Σ_2 ισχύει: $D_2 = m_2 \cdot (\omega')^2$

Όμως : $\omega' = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\dfrac{200}{6+2}} = \sqrt{25} = 5$ rad/s.

Άρα: $D_2 = m_2 \cdot (\omega')^2 = 6 \cdot 25 = 150$ N/m.

Δ4.

<u>1η Λύση</u>



Σε κάποια θέση κάτω από τη Θ.Ι. εφαρμόζουμε το Β΄ Νόμο του Νεύτωνα:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ με (+) προς τα πάνω $T_{\sigma\tau} - W_x = ma$

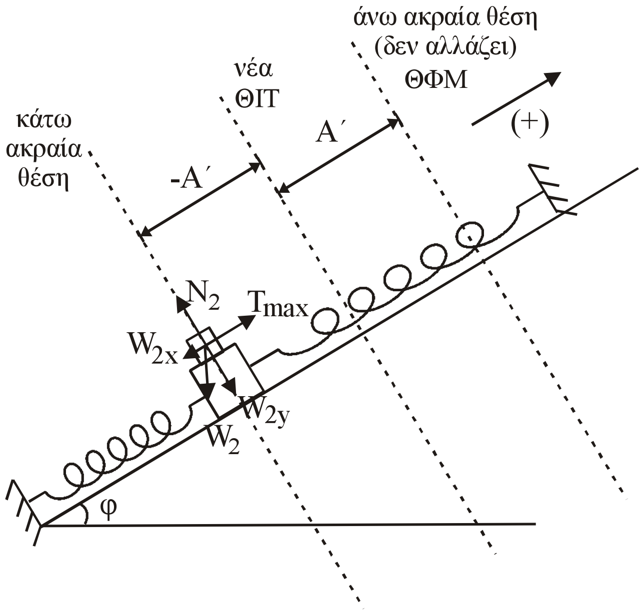
$T_{\sigma\tau} = W_x + ma$ μέγιστη $T_{\sigma\tau}$ όταν $a = a_{\max} = \omega'^2 \cdot A'$.

$T_{\sigma\tau} = m_2 \cdot \omega'^2 \cdot A' + m_2 \cdot g \cdot \text{ημ}\theta$

$T_{\sigma\tau} = 6 \cdot 5 \cdot 0,2 + 6 \cdot 10 \cdot \dfrac{1}{2} = 30 + 30 = 60\,\text{N}.$

$$\left.\begin{array}{r} T_{\sigma\tau} = \mu_{\sigma\tau} N \text{ όμως} \\ N = W_y = 30\sqrt{3}\,(N) \end{array}\right\} \Rightarrow 60 = \mu_{\sigma\tau} \cdot 30\sqrt{3} \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} = \frac{60}{30\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

2η Λύση



Με την προσθήκη του δεύτερου σώματος έχουμε αλλαγή θέση ισορροπίας. Στην καινούργια θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)\, g \cdot \eta\mu\varphi = (k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (6+2)10 \cdot \frac{1}{2} = (60+140) \cdot x \Rightarrow 40 = 200x \Rightarrow x = 0{,}2\,\text{m}.$$

Επειδή το σώμα αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα στην ακραία θέση, και στη νέα ταλάντωση η ακραία θέση θα παραμείνει στο ίδιο σημείο (το συσσωμάτωμα έχει αρχική ταχύτητα μηδέν).
Επειδή η ακραία θέση είναι η θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων, η απόσταση $x = 0{,}2$ m θα είναι το νέο πλάτος $A' = 0{,}2$ m.
Για το Σ_2 που μετέχει στην ταλάντωση του συστήματος θα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = -D_2 \cdot \vec{x} \Rightarrow \vec{T} + m_2 \cdot \vec{g} \cdot \eta\mu 30° = -D_2 \cdot \vec{x} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec{T} = -m_2 \cdot \vec{g} \cdot \eta\mu 30° - D_2 \cdot \vec{x}$.Επειδή τα διανύσματα της τελευταίας σχέσης είναι συγγραμμικά και λόγω της θετικής φοράς προς τα πάνω η σχέση γράφεται αλγεβρικά:

$$T = -m_2(-g) \cdot \eta\mu 30° - D_2 \cdot x \Rightarrow T = m_2 g\, \eta\mu 30° - D_2 \cdot x.$$

Η μέγιστη τιμή της T προκύπτει για $x = -A'$.
Άρα: $T_{max} = m_2 g\, \eta\mu 30° + D_2 A'$.
Για να μην ολισθαίνει αρκεί

$$T_{max} \le \mu \cdot N \Rightarrow m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30° + D_2 \cdot A' \le \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30° \Rightarrow$$

$$60\frac{1}{2} + 150 \cdot 0{,}2 \le \mu \cdot 60\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$30 + 30 \le \mu \cdot 30\sqrt{3} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu_{min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2013

<u>ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

*Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Περιπολικό ακολουθεί αυτοκίνητο που έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας. Τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες ταχύτητες. Αν η σειρήνα του περιπολικού εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S, τότε, η συχνότητα f_A που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του άλλου αυτοκινήτου είναι:

α) $f_A = 2 f_S$

β) $f_A = \frac{1}{2} f_s$

γ) $f_A = f_S$

δ) $f_A = 0$

Μονάδες 5

Α2. Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:

α) ίσες συχνότητες και ίδια φάση

β) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$

γ) παραπλήσιες συχνότητες

δ) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης π.

Μονάδες 5

Α3. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α) οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές.

β) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -b\,υ^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και $υ$ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

γ) η περίοδος T της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b.

δ) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -\,b\,υ$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και $υ$ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

Μονάδες 5

Α4. Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την πηγή, ισχύει ότι:

α) στη θέση που η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν, η ένταση Β του μαγνητικού πεδίου είναι μέγιστη

β) τα διανύσματα των εντάσεων E του ηλεκτρικού και B του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους

γ) το διάνυσμα της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος

δ) το διάνυσμα της έντασης B του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.

β) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.

γ) Κατά τη διάδοση μηχανικού κύματος μεταφέρεται ορμή από ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

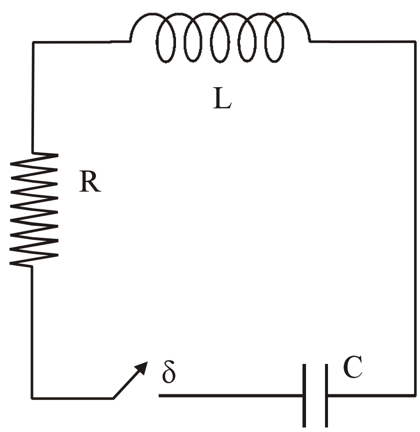
δ) Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$.

ε) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 20 \times 10^{-6}$ F είναι φορτισμένος σε τάση Vc = 20 V και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = \frac{1}{9} \times 10^{-3}$ H.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή t_1, το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι 6 A. Από τη στιγμή t_0 έως τη στιγμή t_1 η συνολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης μειώθηκε κατά:

i) 1×10^{-3} J

ii) 2×10^{-3} J

iii) 4×10^{-3} J

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία K και $Λ$ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος $λ_1$. Αν η απόσταση των σημείων K και $Λ$ είναι $d = 2\,λ_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων K και $Λ$.

Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2 = 3\,f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων K και $Λ$, είναι:

i) 6
ii) 8
iii) 12

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

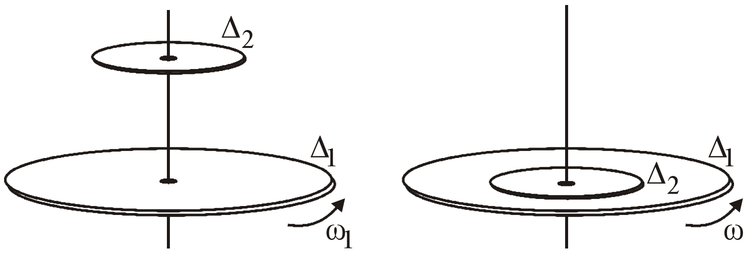
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Β3. Ένας δίσκος $Δ_1$ με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $ω_1$ και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Ένας δεύτερος δίσκος $Δ_2$ με ροπή αδράνειας $I_2 = \frac{I_1}{4}$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο $Δ_1$, ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα.

Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα $ω$.



Αν L_1 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου $Δ_1$, τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου $Δ_1$ είναι:

i) 0

ii) $\frac{1}{5}L_1$

iii) $\frac{2}{5}L_1$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

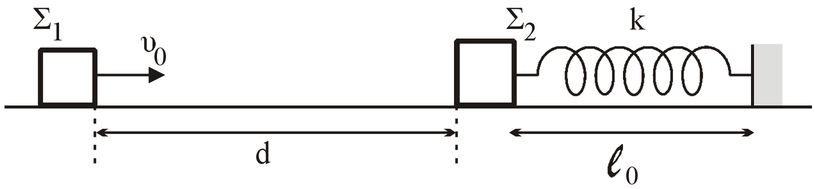
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω υ_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1$ m από το σώμα Σ_2. Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_1' = \sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0{,}5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s^2.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Σ_1.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

Δίνεται: $\sqrt{10} \simeq 3{,}2$

Μονάδες 6

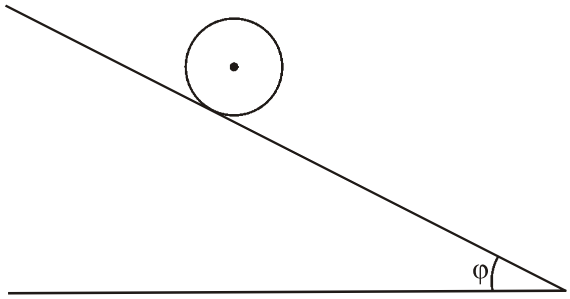
Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1$kg και $k = 105$ N/m.

Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

ΘΕΜΑ Δ

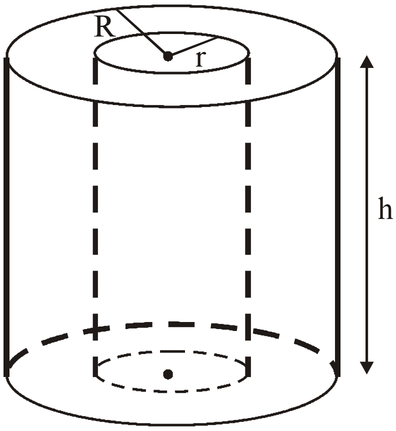
Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Μονάδες 5

Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r, όπου $r < R$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

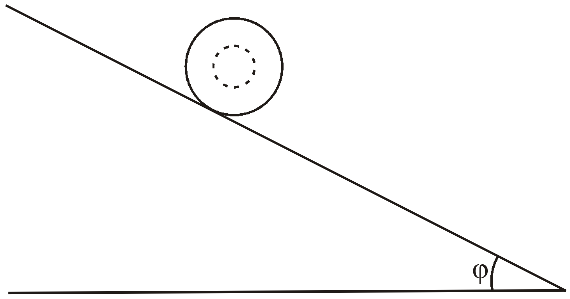


Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι

$$I_{\kappa o \iota \lambda} = \frac{1}{2} M R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Μονάδες 7

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

Μονάδες 7

Δ4. Όταν $r = \frac{R}{2}$, να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 6

Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Ο όγκος V ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους h: $V = \pi R^2 h$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ   Α2. γ   Α3. δ   Α4. γ

Α5. α) Σ   β) Λ   γ) Σ   δ) Λ   ε) Σ

(Διευκρίνιση: κατά την μαθηματική ορολογία υπάρχει αντίφαση στην εκφώνηση καθώς τα παράλληλα διανύσματα είναι και συγγραμμικά)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αρχικά η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$E_{T_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot C\cdot V_c^2 \Rightarrow E_{T_1} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 400 = 4\cdot 10^{-3}\ \ Joule$$

Τελικά, η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$E_{T_2} = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I^2 \Rightarrow E_{T_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 6^2 = 2\cdot 10^{-3}\ \ Joule$$

Άρα η μείωση της συνολικής ενέργειας της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$\Delta E_T = E_{T_1} - E_{T_2} = 4\cdot 10^{-3} - 2\cdot 10^{-3} = 2\cdot 10^{-3}\ \ Joule$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η ii).

Β2. Ισχύει $\upsilon = \lambda_1\cdot f_1$ (1)

Αν $f_2 = 3f_1$ τότε: $\upsilon = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \upsilon = 3\lambda_2\cdot f_1$ (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε: $\lambda_1\cdot f_1 = 3\lambda_2\cdot f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$ (3)

Έστω ένα σημείο Σ (απόσβεσης) μεταξύ των Κ, Λ το οποίο απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τα Κ, Λ αντίστοιχα.

Ισχύει: Για $r_1 > r_2$

$$\left.\begin{aligned} &r_1 - r_2 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda_2}{2} \\ &\text{όμως}\quad r_1 + r_2 = d \Rightarrow r_2 = d - r_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$r_1 - d + r = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \overset{(3)}{\Longrightarrow} 2r_1 - d = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} \Rightarrow 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} + d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} + 2\lambda_1 \Rightarrow r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 \quad (4)$$

Πρέπει: $0 < r_1 < d \overset{(4)}{\Longrightarrow} 0 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 < 2\lambda_1 \Rightarrow 0 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 < 2\lambda_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0<\frac{(2N+1)}{12}+1<2 \Rightarrow 0<(2N+1)+12<24 \Rightarrow 0<2N+13<24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -13<2N<11 \Rightarrow -6,5<N<5,5$$

Άρα, οι ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει το N
είναι: $N=-6,-5,-4,-3,-2,-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

Άρα 12 υπερβολές απόσβεσης. Επομένως σωστή απάντηση είναι η (iii)

Β3. Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής έχουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi\cdot(\sigma\upsilon\sigma\tau.)}=L_{\tau\varepsilon\lambda\cdot(\sigma\upsilon\sigma\tau.)} \Rightarrow I_1\cdot\omega_1=(I_1+I_2)\cdot\omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow I_1\cdot\omega_1=(I_1+\frac{I_1}{4})\cdot\omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1\cdot\omega_1=\frac{5\cdot I_1}{4}\cdot\omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow \omega_{\tau\varepsilon\lambda.}=\frac{4}{5}\cdot\omega_1 \quad (1)$$

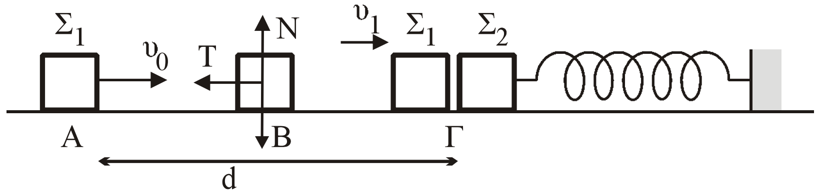
Άρα η τελική στροφορμή του δίσκου Δ_1 έχει μέτρο:

$$L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)}=I_1\cdot\omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \overset{(1)}{\Longrightarrow} L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)}=I_1\cdot\frac{4}{5}\omega_1=\frac{4}{5}L_1 \quad (2)$$

Οπότε: $\left|\overrightarrow{\Delta L}\right|=\left|L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)}-L_{1(arx.)}\right|=\left|I_1\frac{4}{5}\omega_1-I_1\cdot\omega_1\right|=\frac{I_1\cdot\omega_1}{5}=\frac{L_1}{5}$

Οπότε σωστή είναι η απάντηση ii).

ΘΕΜΑ Γ

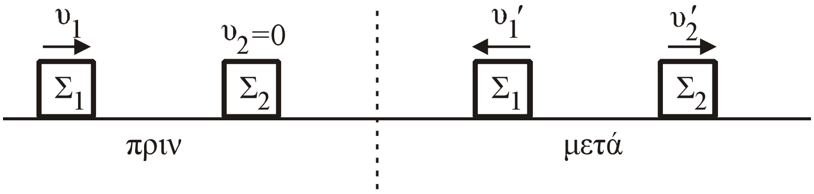


Γ1. Στο σώμα Σ_1 απο το ΘΜΚΕ έχουμε:

$$K_\Gamma-K_A=W_T+W_B+W_N \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2=-Td \quad (1)$$

Όμως $\left.\begin{array}{l}\Sigma F_y=0 \Rightarrow B=N \Rightarrow N=m_1 g\\ T=\mu\cdot N \Rightarrow T=\mu\cdot m_1 g\end{array}\right\}(2)$

$$(1) \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2=-\mu\cdot m_1\cdot g\cdot d \Rightarrow \upsilon_1^2-\upsilon_0^2=-2\mu\cdot g\cdot d \quad (3)$$



Από την ελαστική κρούση στο σημείο Γ έχουμε την ταχύτητα που αποκτά το $Σ_1$ μετά την κρούση:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1}\cdot \upsilon_1 \Rightarrow -\sqrt{10} = \frac{-m_1}{3m_1}\cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 3\cdot\sqrt{10}\ m/s.$$

Από την (3) $\Rightarrow (3\sqrt{10})^2 - \upsilon_0^2 = -2\cdot 0,5\cdot 10\cdot 1 \Rightarrow 90 - \upsilon_0^2 = -10 \Rightarrow \upsilon_0^2 = 100 \Rightarrow \upsilon_o = 10\,\text{m/s}$

Από την ελαστική κρούση έχουμε:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2m_1}{3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{3\sqrt{10}\cdot 2}{3} = 2\sqrt{10}\quad \text{m/s}$$

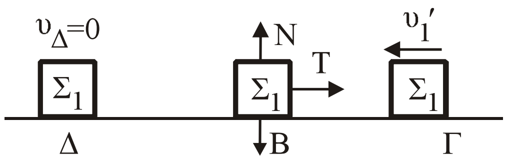
Γ2. Στην ελαστική κρούση ισχύει η ΑΔΚΕ.

$$K_{ολ_{πριν}} = K_{ολ_{μετά}} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2'$$

το ποσοστό $\Pi = \dfrac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \dfrac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \dfrac{2m_1\upsilon_2'^2}{m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% =$

$$= \frac{2\cdot 4\cdot 10}{90}\cdot 100\% = \frac{8}{9}100\% = 88,89\% \text{ ή } K_2' = \frac{8}{9}K_1$$

Γ3.



Κίνηση του $Σ_1$

μετά την κρούση

(Σχήμα 1)

Το σώμα $Σ_1$ για την κίνηση από το Α στο Γ (σχήμα εκφώνησης) έχει επιτάχυνση

$$\Sigma F_x = m_1 a_1 \Rightarrow -T = m_1 a_1 \overset{(2)}{\Longrightarrow} -m_1 \mu g = m_1 a_1 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = -\mu g = -0,5\cdot 10 = -5\ \text{m/s}^2$$

άρα $\upsilon_1 = \upsilon_0 - \alpha t_1 \Rightarrow 3\cdot\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{10-3\sqrt{10}}{5} = \frac{10-9,6}{5} = 0,08 \text{ s}$$

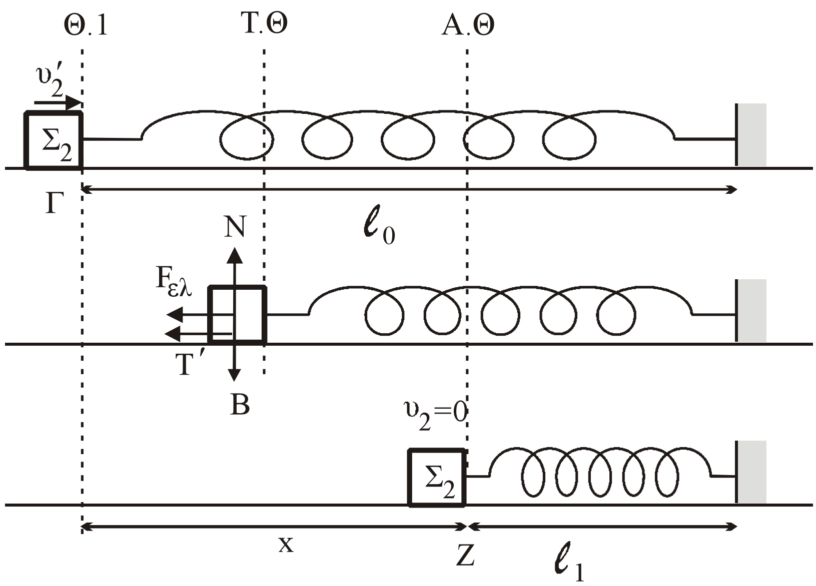
Για την κίνηση από Γ στο Δ (Σχήμα 1)

$$\Sigma F_x = m_1 a_2 \Rightarrow -\mathrm{T} = m_1 a_2 \overset{(2)}{\Longrightarrow} a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$

$$\upsilon_\Delta = \upsilon_1' - \alpha t_2 \Rightarrow 0 = \sqrt{10} - 5t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3,2}{5} = 0,64\,\text{s}$$

$t_{ολ} = t_1 + t_2 = 0{,}72$ s

Γ4.



Για το Σ_2 μετά την κρούση έχει ταχύτητα υ_2' και βρίσκεται σε Θ.Ι. Θα έχει μέγιστη συσπείρωση το ελατήριο αν το Σ_2 πάει στην Α.Θ. που η ταχύτητα του είναι $\upsilon_2 = 0$.

Στην τυχαία θέση στο Σ_2 ασκούνται οι δυνάμεις Βάρος - καθ. αντιδ. που το έργο τους είναι μηδέν και οι δυνάμεις τριβή και $F_{ελατ.}$ που καταναλωνούν ενέργεια.
Παίρνοντας ΘΚΜΕ από Θ.Ι. μέχρι Α.Θ. έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{T'} + W_{Fελ}$$

$$\left.\begin{aligned} &0 - \frac{1}{2}m_2 u_2'^2 = -T'\cdot x \;\; - \frac{1}{2}K(\Delta l)^2 \\ &\Delta l = l_0 - l_1 = x \\ &T' = \mu \mathrm{N} = \mu m_2 g = 0,5\cdot 1\cdot 10 = 5N \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\upsilon_2'^2 = -5x - \frac{1}{2}105x^2 \text{ με αντικατάσταση}$$

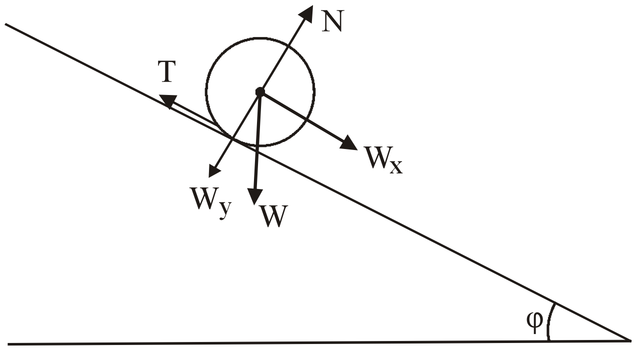
$$-40 + 10x + 105x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2}=\frac{-10\pm130}{210}\begin{array}{l}\nearrow x_1=\dfrac{120}{210}=0,57\,\text{m}\ \ (\text{δεκτό})\\ \searrow x_2=\dfrac{-140}{210}\qquad\qquad (\text{απορρ.})\end{array}$$

Άρα μέγιστη συσπείρωση $\Delta l = x = 0,57$ m

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ο κύλινδρος εκτελεί και μεταφορική και περιστροφική κίνηση.
Ισχύουν αντίστοιχα οι σχέσεις:

$$\Sigma F_x = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow M\cdot g\cdot \text{ημ}\varphi - T = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow T = M\cdot g\cdot\text{ημ}\varphi - M\cdot\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\text{και}\ \ \Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\cdot\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}M\cdot\alpha_{cm} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{1}{2}M\cdot\alpha_{cm} = M\cdot g\cdot\text{ημ}\varphi - M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow \frac{3}{2}\alpha_{cm} = g\cdot\text{ημ}\varphi \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g\cdot\text{ημ}\varphi}{3}.$$

Δ2. $$I_{\text{κοίλ.}} = I_{\text{Μεγ.}} - I_{\text{μικρ.}} \Rightarrow I_{\text{κοίλ.}} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}m_x r^2 \quad (1)$$

Οι δύο κύλινδροι έχουν την ίδια πυκνότητα και άρα ισχύει:

$$\rho_{I_{\text{Μεγ.}}} = \rho_{I_{\text{μικρ.}}} \quad \Rightarrow \frac{M}{V_{\text{Μεγ.}}} = \frac{m}{V_{\text{Μικρ.}}} \Rightarrow \frac{M}{\pi\cdot R^2\cdot h} = \frac{m}{\pi\cdot r^2\cdot h} \Rightarrow m = \frac{M\cdot r^2}{R^2} \quad (2)$$

Άρα από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$I_{\text{κοίλ.}} = \frac{1}{2}M\cdot R^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{M\cdot r^2}{R^2}\cdot r^2 \Rightarrow I_{\text{κοίλ.}} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{M\cdot r^4}{R^2} \Rightarrow I_{\text{κοίλ.}} = \frac{1}{2}MR^2\cdot\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right).$$

Δ3.

$$\Sigma F = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow M\cdot g\cdot\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = M\cdot\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau.}\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau.} = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm} \quad (2)$$

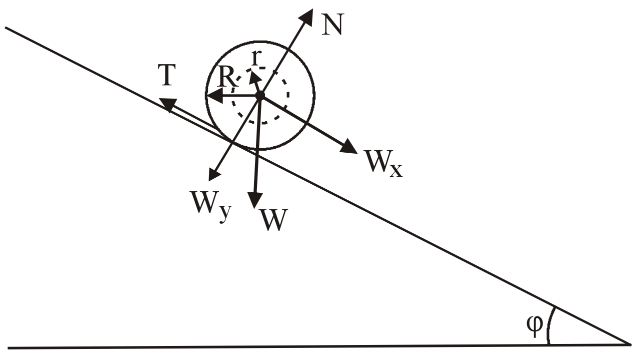
Άρα

$$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} Mg\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm} = \mathrm{M}\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\cdot\eta\mu\varphi = \left[\frac{1}{2}\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)+1\right]\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\cdot\eta\mu\varphi = \left[\frac{1}{2}-\frac{r^4}{2R^4}+1\right]\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{g\cdot\eta\mu\varphi}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{r^4}{R^4}} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g\cdot\eta\mu\varphi}{3-\frac{r^4}{R^4}}.$$



Δ4. $$\frac{k_{\mu\varepsilon\tau}}{k_{\pi\varepsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2}M\cdot\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2} = \frac{M\cdot\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}M\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} =$$

$$= \frac{2\cdot\upsilon_{cm}^2}{R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} = \frac{2}{1-\frac{r^4}{R^4}} = \frac{2}{1-\frac{\left(\frac{R}{2}\right)^4}{R^4}} =$$

$$= \frac{2}{1-\frac{\frac{R^4}{16}}{R^4}} = \frac{2}{1-\frac{1}{16}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{32}{15}.$$

SCHOOLDOCTOR

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως:
υπέρυθρο: λ_υ, ραδιοκύματα: λ_ρ, πράσινο ορατό φως: λ_π, ακτίνες Χ: λ_χ.
Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

α) $\lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi$
β) $\lambda_\rho > \lambda_\pi > \lambda_\upsilon > \lambda_\chi$
γ) $\lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi > \lambda_\chi$
δ) $\lambda_\upsilon > \lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\pi$

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

α) την περίοδο του ήχου
β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα
γ) το μήκος κύματος
δ) το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Α3. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

α) $\Sigma\vec{F} = 0, \quad \Sigma\tau = 0$
β) $\Sigma\vec{F} \neq 0, \quad \Sigma\tau \neq 0$
γ) $\Sigma\vec{F} \neq 0, \quad \Sigma\tau = 0$
δ) $\Sigma\vec{F} = 0, \quad \Sigma\tau \neq 0$

Μονάδες 5

Α4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο $\frac{F}{m}$:

α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

γ) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E}=c\right)$.

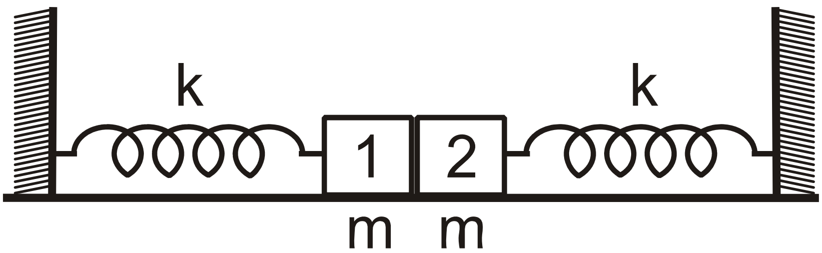
δ) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

ε) Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

Μονάδες 5

Θέμα Β

Β1. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = 2k. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_Δ = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

i) $f_1 = 200{,}5$ Hz, $f_2 = 200$ Hz

ii) $f_1 = 100{,}25$ Hz, $f_2 = 99{,}75$ Hz

iii) $f_1 = 50{,}2$ Hz, $f_2 = 49{,}7$ Hz

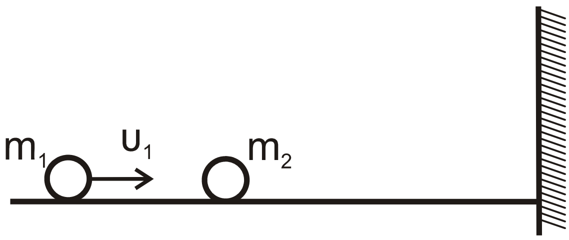
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

i) 3 ii) 1 iii) $\frac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

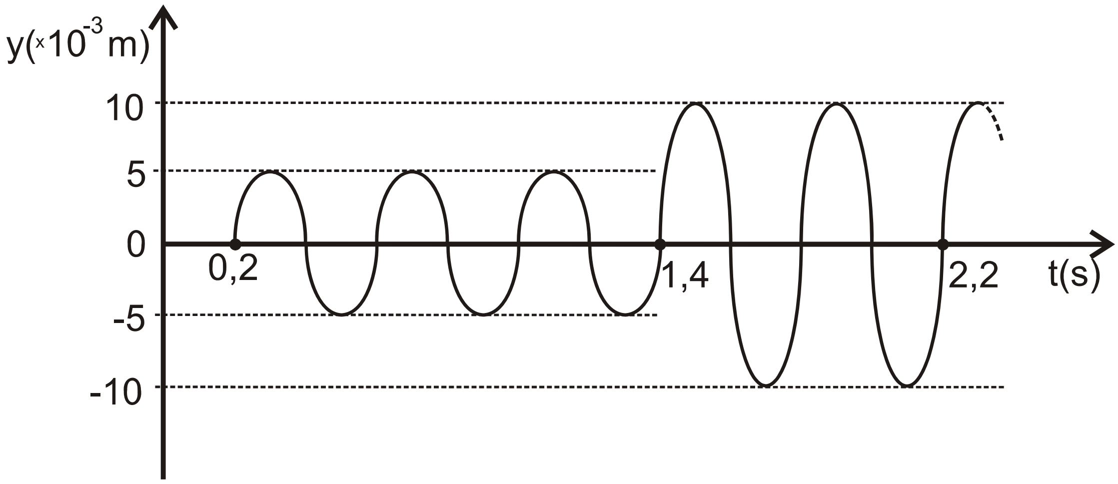
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ = 5 m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή $Π_2$. Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t = 0 και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot ημωt$.



Γ1. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για t ≥ 0.

Μονάδες 6

Γ3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ m ;

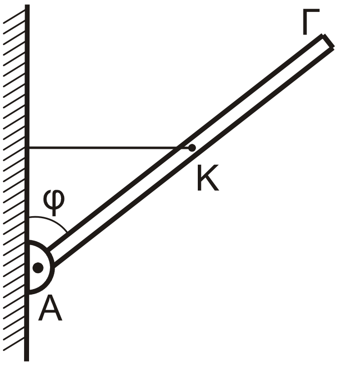
Μονάδες 6

Γ4. Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών $Π_1$ και $Π_2$ έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2, να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Μονάδες 7

Δίνεται : $συν\left(\frac{π}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Θέμα Δ



Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 2m και μάζας Μ = 5,6 kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

Δίνεται: $ημφ = 0,6$ και $συνφ = 0,8$

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας m = 0,4 kg και ακτίνας $r = \dfrac{1}{70}$ m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Μονάδες 5

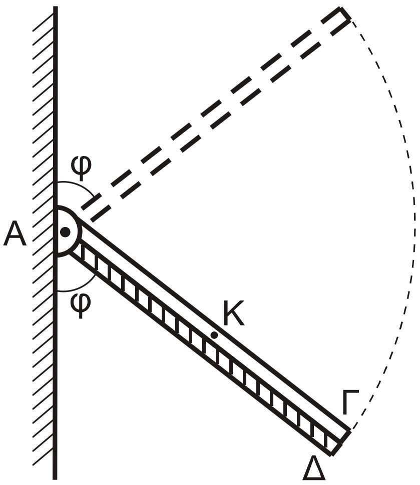
Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Μονάδες 5

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Μονάδες 6



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας Μ΄ = 3 Μ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται :

- Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = \frac{1}{3} M \ell^2$
- Η ροπή αδράνειας $I_{\sigma\varphi}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της : $I_{\sigma\varphi} = \frac{2}{5} m r^2$
- $g = 10\ m/s^2$

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. **Στο εξώφυλλο** του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. **Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω** να συμπληρώσετε τα Ατομικά στοιχεία μαθητή. **Στην αρχή των απαντήσεών σας** να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση**. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** αν το ζητάει η εκφώνηση, και **μόνο** για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. $\rightarrow \gamma$ **Α2.** $\rightarrow \beta$ **Α3.** $\rightarrow \gamma$ **Α4.** $\rightarrow \beta$

Α5.

α) $\rightarrow$ Σ **β)** $\rightarrow$ Σ **γ)** $\rightarrow$ Λ **δ)** $\rightarrow$ Λ **ε)** $\rightarrow$ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι το (iii)

Ελατήριο m_1

$$\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot d \quad (1)$$

$\upsilon_2 = 0$.

Στην κρούση

$$\vec{P}_{o\lambda}(\pi\rho\iota\nu) = \vec{P}_{o\lambda}(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}) \Rightarrow m\upsilon_1 + 0 = 2mV_k \Rightarrow V_k = \frac{\upsilon_1}{2} \quad (2)$$

$$V_k = V_{max} = \omega A_2 = \sqrt{\frac{2k}{2m}}\cdot A_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A_2 \quad (3)$$

$$(2)\underset{(3)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}}\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A_2 = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2.$$

Β2.

$$T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} \Rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$N = \frac{T_\delta}{T} \Rightarrow T = \frac{T_\delta}{N} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\omega_1+\omega_2}{2}} = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{2\pi\left(f_1 + f_2\right)} = \frac{1}{100} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \quad (2)$$

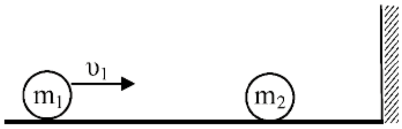
(1) (2) $\Rightarrow 2f_1 = 200{,}5$

$f_1 = 100{,}25$ Hz

(2) (f2 = 99,75 Hz

σωστή απάντηση το (ii)

B3. Σωστή απάντηση είναι η (iii)



1η κρούση με ακίνητο το m_2

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \quad κ' \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

2η κρούση με τοίχο (σώμα πολύ μεγάλης μάζας)

άρα $\upsilon_2'' = -\upsilon'_2 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$

πρέπει $\upsilon_1' = \upsilon_2''$ για να είναι σταθερή η απόσταση

άρα $\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$

άρα $m_1 - m_2 = -2m_1$

$3m_1 = m_2$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$. Σωστή η (iii)

ΘΕΜΑ Γ

$Γ_1$

Η ταλαντωση αρχίζει την t_1=0,2s το κοντινότερο σημείο είναι αυτό της πηγής $Π_2$ άρα

$$u = \frac{r_2}{t_1} \rightarrow r_2 = u \cdot t_1 \xrightarrow{t_1=0,2s} r_2 = 5 \cdot 0,2 = 1m$$

$$u = \frac{r_1}{t_1} \rightarrow r_1 = u \cdot t_2 \xrightarrow{t_2=1,4s} r_2 = 5 \cdot 1,4 = 7m$$

$Γ_2$

από το σχήμα βρίσκουμε την περίοδο της ταλάντωσης δηλ από την t1=1,4s έως t2=2,2s κάνει 2 πλήρεις ταλαντώσεις άρα

$$2 \cdot T = 0,8s \rightarrow T = 0,4s \rightarrow \frac{1}{f} = 0,4s \rightarrow f = 2,5Hz$$

Το μήκος κύματος τότε είναι:

$$\upsilon = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{5}{2,5} = 2m$$

Αρα η εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου γίνεται:

$$y=\begin{cases}0 & ,t<0,2s\\ A\cdot\eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{r_1}{\lambda}\right), & ,0,2s\le \mathrm{t}<1,4s\rightarrow\\ 2\cdot A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi(\dfrac{r_1-r_2}{2\cdot\lambda})\cdot\eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{r_1+r_2}{2\cdot\lambda}\right) & ,t\ge 1,4s\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}0 & ,t<0,2s\\ 5\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi\left(2,5t-\dfrac{1}{2}\right), & ,0,2s\le \mathrm{t}<1,4s\rightarrow\\ 10\cdot 10^{-3}\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi(\dfrac{1-7}{2\cdot 2})\cdot\eta\mu 2\pi\left(2,5\cdot t-\dfrac{8}{4}\right) & ,t\ge 1,4s\end{cases}$$

$$\rightarrow y=\begin{cases}0 \quad ,t<0,2s\\ 5\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi\left(2,5t-\dfrac{1}{2}\right),0,2s\le \mathrm{t}<1,4s\\ -10\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi\left(2,5\cdot t-2\right),t\ge 1,4s\end{cases}$$

Γ3 .

Εφόσον $y_1>5\ 10^{-3}m$ η χρονική στιγμή $t_1>1,4s$ άρα:

$$y=-10\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi(2,5t-2)\xrightarrow[t=t_1]{y=y_1}5\sqrt{3}\cdot 10^{-3}=-10\cdot 10^{-3}\cdot\eta\mu 2\pi(2,5t_1-2)\rightarrow$$

$$\rightarrow\eta\mu 2\pi(2,5t_1-2)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\rightarrow\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi(2,5t_1-2)\right|=\frac{1}{2}(1)$$

Η ταχύτητα τότε θα είναι:

$$\upsilon_1=\mathrm{A}'\cdot\omega\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi(2,5t_1-2)\xrightarrow{(1)}\upsilon_1=\left|-10\cdot 10^{-3}\right|\cdot 2\pi\cdot 2,5\frac{1}{2}\rightarrow\upsilon_1=25\pi\cdot 10^{-3}m/s$$

Γ4

Η νέα συχνότητα γίνεται:

$$f^{'} = \frac{10}{9} \cdot f = \frac{25}{9} Hz$$

Το νέο μήκος κύματος και το νέο πλάτος της ταλάντωσης γίνονται :

$$\upsilon = \lambda^{'} \cdot f^{'} \rightarrow \lambda^{'} = \frac{\upsilon}{f^{'}} = \frac{5}{\frac{25}{9}} = \frac{9}{5} m$$

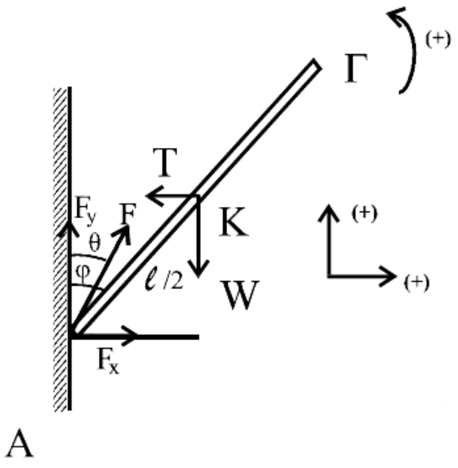
$$A^{'} = 2 \cdot A \cdot \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi (\frac{r_1 - r_2}{2 \cdot \lambda^{'}}) \right| = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi (\frac{1-7}{2 \cdot \frac{9}{5}}) \right| = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi (\frac{10\pi}{3}) \right| = 5 \cdot 10^{-3} m$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\left. \begin{aligned} \upsilon_{\max}^{'} &= A_2^{'} \cdot \omega^{'} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot f^{'} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot \frac{25}{9} m/s \\ \upsilon_{\max} &= A_1^{'} \cdot \omega = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot f = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 2{,}5 m/s \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\upsilon_{\max}^{'}}{\upsilon_{\max}} = \frac{10}{18} \rightarrow \left(\frac{\upsilon_{\max}^{'}}{\upsilon_{\max}} \right)^2 = \frac{25}{81} \rightarrow$$

$$\left(\frac{1/2 m \left(\upsilon_{\max}^{'} \right)^2}{1/2 m \left(\upsilon_{\max} \right)^2} \right) = \frac{25}{81} \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{25}{81} \rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}$$

Δ1. Ισορροπία ράβδου



- $\sum_{(A)} \tau = 0 \Rightarrow \tau_T - \tau_W = 0 \Rightarrow \tau_T = \tau_W \Rightarrow T \cdot d_1 = W \cdot d_2$ (1)

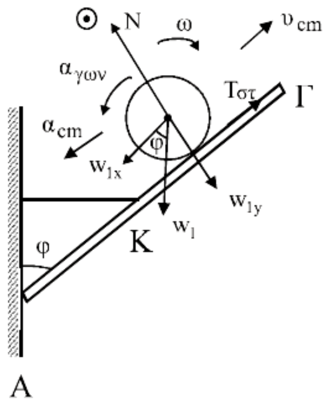
  $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{d_1}{l/2} \Rightarrow d_1 = \dfrac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{l}{2} \cdot 0,8 = \dfrac{2}{2} \cdot 0,8 \Rightarrow d_1 = 0,8\text{m}$

  $\eta\mu\varphi = \dfrac{d_2}{l/2} \Rightarrow d_2 = \dfrac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi = \dfrac{2}{2} \cdot 0,6 \Rightarrow d_2 = 0,6\text{m}$

  Άρα $T \cdot 0,8 = M \cdot g \cdot 0,6 \Rightarrow T \cdot 0,8 = 5,6 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow T = \dfrac{5,6 \cdot 6}{0,8} \Rightarrow T = 42\,\text{N}$.
- $\sum F_x = 0 \Rightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow F_x = T = 42\text{N}$.
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_y - W = 0 \Rightarrow F_y = W = M \cdot g = 5,6 \cdot 10 \Rightarrow F_y = 56\text{N}$.

Άρα $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} = \sqrt{1764 + 3136} = \sqrt{4900} \Rightarrow F = 70\,\text{N}$ το μέτρο της $\vec{F}$ και για τη διεύθυνση της $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{F_x}{F_y} = \dfrac{42}{56} = \dfrac{3}{4}$ όπου θ η γωνία που σχηματίζει η $\vec{F}$ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Επειδή $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{0,6}{0,8} = \dfrac{3}{4}$ ισχύει φ = θ άρα η F έχει τη διεύθυνση της ράβδου.

Δ2. Η κίνηση της σφαίρας είναι επιβραδυνόμενη:



- $\sum \tau = I \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow \tau_{T_{στ}} = I \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow T_{στ} \cdot r = \frac{2}{5} \cdot 0,4 \cdot \frac{1}{70} \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow T_{στ} = \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{γων.}$ (1)
- $\sum F = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow w_{1x} \cdot T_{στ} = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot συνφ - 0,16 \cdot \alpha_{cm} = 0,4 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 - \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{γων.} = 0,4 \cdot \alpha_{γων.} \cdot \frac{1}{70} \Rightarrow 4 \cdot 0,8 = \frac{0,8}{350} \cdot \alpha_{γων.} + \frac{0,4}{70} \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3,2 = \frac{28}{350} \cdot \alpha_{γων.} \Rightarrow \alpha_{γων.} = \frac{350 \cdot 3,2}{2,8} \Rightarrow \alpha_{γων.} = 400\,\text{rad/s}^2 .$$

Δ3. Ισορροπία ράβδου:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -\tau_{N'} - \tau_{W} + \tau_{T} = 0 \Rightarrow \tau_{T} = \tau_{N'} + \tau_{W}$$

$$T \cdot d_1 = N'\left(\frac{1}{2} + x\right) + w \cdot d_2$$

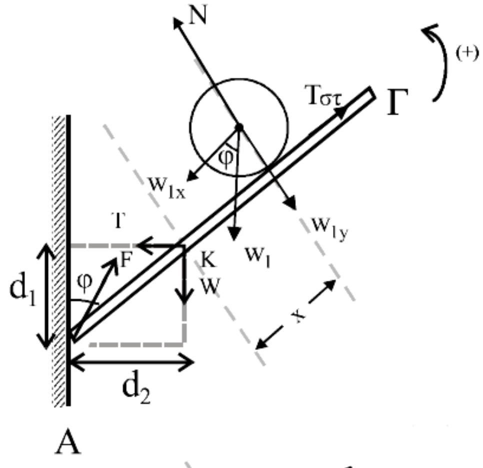
$$T \cdot 0,8 = 2,4\left(\frac{2}{2} + x\right) + 56 \cdot 0,6$$

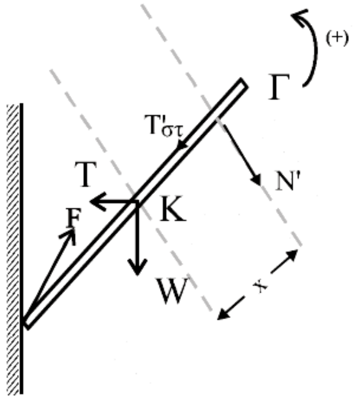
$$T \cdot 0,8 = 2,4 + 2,4 + 33,6$$

$$T = \frac{36 + 2,4}{0,8} \Rightarrow \boxed{T = 45 + 3x} \quad \text{(SI)}$$

με $0 \le x \le \frac{\ell}{2}$ ή $\boxed{0 \le x \le 1\text{m}}$.

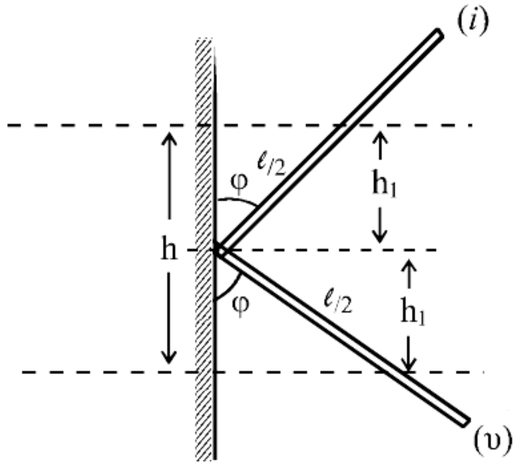
<u>Σχόλιο</u>: Αν ο μαθητής/τρια έγραψε ότι η ράβδος δέχεται δύναμη από τη σφαίρα ίση με τη συνιστώσα του βάρους της σφαίρας W_{1y} = 2,4 N τότε, βάσει λυμένου παραδείγματος του σχολικού βιβλίου, η απάντησή του θα έπρεπε να θεωρηθεί σωστή.





<u>Παρατήρηση:</u> Στη ράβδο ασκούνται οι παραπάνω δυνάμεις, οι οποίες είναι: 1) Η αντίδραση της $T_{στ}$ που δέχεται η σφαίρα $T'_{στ} = |T_{στ}|$. Η $T'_{στ}$ δεν είναι ροπή, γιατί ο φορέας της περνάει από τον άξονα περιστροφής. 2) Η αντίδραση $N' = |N|$ που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα. Για τη σφαίρα: $\Sigma F_y = 0$ άρα $w_{1y} = N = |N'| \Rightarrow |N'| = mg \cdot ημφ = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow |N'| = 2,4N$. 3) Η τάση του νήματος. 4) Το βάρος της ράβδου. 5) Η δύναμη F από την άρθρωση. Η F δεν προκαλεί ροπή γιατί ασκείται στο σημείο περιστροφής.

Δ4.



ΑΔΜΕ (i $\rightarrow$ii)

$K_{αρχ} + υ_{αρχ} = K_{τελ} + υ_{τελ}$

$Mg \cdot h = \frac{1}{2} I \cdot ω^2 \quad (1)$

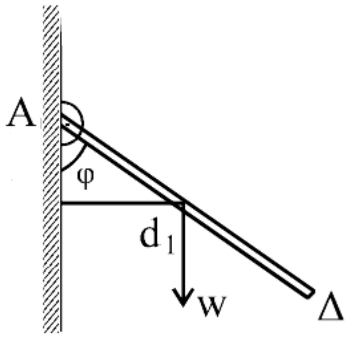
όμως $h = 2h_1 = 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot συνφ = 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,8$ άρα h = 1,6 m και

$I = \frac{1}{3} M l^2 = \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 2^2 = \frac{22,4}{3} kgm^2$

Με αντικατάσταση στην (1)

$(1) \rightarrow 5,6 \cdot 10 \cdot 1,6 = \frac{1}{2} \cdot \frac{22,4}{3} \cdot ω^2$ ή $ω^2 = 24$

άρα $ω = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad rad/s$



$\frac{dK}{dt} = Στ \cdot ω$

όμως $Στ = ω \cdot d_1 = Mg \frac{l}{2} \cdot ημφ$

ή $Στ = 5,6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,6$

άρα Στ = 33,6 N·m

Επομένως $\frac{dK}{dt} = 33.6 \cdot 2\sqrt{6} = 67,2\sqrt{6} \quad J/s$ ή W .

Δ5.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_{συστ.} = I_{ρ_1} + I_{ρ_2} = \frac{1}{3}\cdot M\cdot l^2 + \frac{1}{3}\cdot M^1\cdot l^2 \Rightarrow I_{συστ.} = \frac{1}{3}\cdot 5,6\cdot 2^2 + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 5,6\cdot 2^2 =$$

$$= \frac{22,4}{3} + \frac{67,2}{3} = \frac{89,6}{3}\text{Kgm}^2 \text{ ή } I_{συστ.} = 4I.$$

Από ΑΔΣ

$$\overrightarrow{L_{αρχ}} = \overrightarrow{L_{τελ.}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{αρχ.} = L_{τελ.} \Rightarrow I\cdot\omega = I_{συστ.}\cdot\omega' \Rightarrow I\cdot 2\sqrt{6} = 4I\cdot\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{ rad/s}$$

Για το κλάσμα ισχύει:

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\frac{1}{2}I_{συστ}\cdot\omega'^2 - \frac{1}{2}I\cdot\omega^2}{\frac{1}{2}I\cdot\omega^2} = \frac{I_{συστ}\cdot\omega'^2}{I\cdot\omega^2} - 1 = \frac{4\cdot I\cdot\omega'^2}{I\cdot\omega^2} - 1 = 4\cdot\frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{\left(2\sqrt{6}\right)^2} - 1 = 4\cdot\frac{1}{16} - 1 =$$

$$= \frac{1}{4} - 1 = -0,75.$$

Άρα το ποσοστό απώλειας είναι 75%.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη
β) είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
γ) εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης
δ) είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.

Μονάδες 5

Α2. Ποια από τις περιοχές του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει τη μικρότερη συχνότητα;

α) η υπέρυθρη ακτινοβολία
β) τα ραδιοκύματα
γ) το ορατό φως
δ) οι ακτίνες γ.

Μονάδες 5

Α3. Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι:

α) 100%
β) 50%
γ) 40%
δ) 0%.

Μονάδες 5

Α4. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Εάν διπλασιαστεί η στροφορμή του, χωρίς να αλλάξει ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο αυτό περιστρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια:

α) παραμένει σταθερή
β) υποδιπλασιάζεται
γ) διπλασιάζεται
δ) τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F=-b\upsilon$), για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος μειώνεται.

β) Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν που ισχύει για τον ήχο.

γ) Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης είναι κοινά σε όλα τα είδη κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.

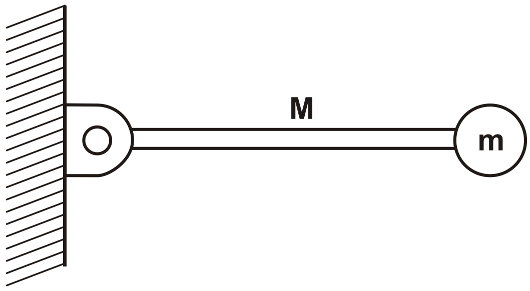
δ) Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

ε) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

Μονάδες 5

Θέμα Β

Β1. Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας Μ και μήκους L μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου, είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m=\frac{M}{2}$ (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι:



Σχήμα 1

i. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=\frac{1}{2}MgL$ ii. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=MgL$ iii. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=\frac{2}{5}MgL$

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της που περνά από το άκρο της, είναι $I_\rho=\frac{1}{3}ML^2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Y=2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right).$$

Το πλάτος ταλάντωσης Α΄ ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού από το σημείο $x=0$ και σε απόσταση $\lambda/12$ από αυτόν είναι:

i. $A' = A\sqrt{3}$ ii. $A' = A/2$ iii. $A' = A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

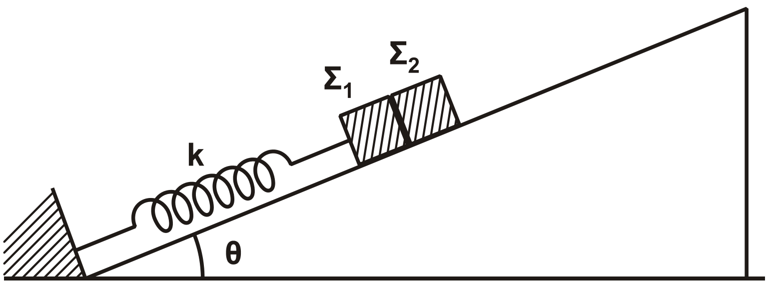
Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δίνεται: $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Β3. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k, ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους Α. Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

i) $A \cdot k < (m_1 + m_2)\, g\, \eta\mu\theta$

ii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)\, g\, \eta\mu\theta$

iii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)^2\, g\, \eta\mu\theta$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Ιδανικός πυκνωτής χωρητικότητας C είναι φορτισμένος σε τάση $V=40V$. Τη χρονική στιγμή $t=0\,s$ συνδέεται με ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής L και το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Η ενέργεια U_E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, σε συνάρτηση με την ένταση i του ρεύματος, στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2)$ **(S.I.)**.

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο T των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος.

Μονάδες 8

Γ2. Να υπολογίσετε την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα κάθε φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

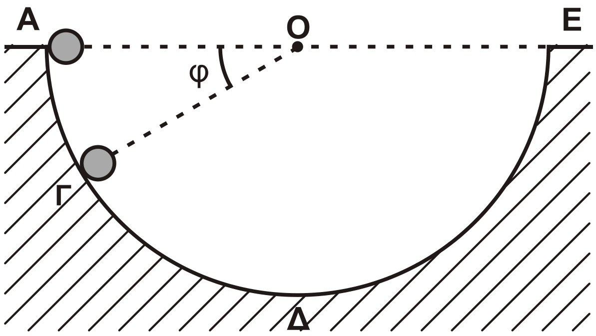
Μονάδες 6

Γ4. Να γράψετε τη συνάρτηση f που συνδέει το τετράγωνο του φορτίου του πυκνωτή με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος από το οποίο διαρρέεται το πηνίο, $q^2 = f(i^2)$ (μονάδες 2), και να την παραστήσετε γραφικά (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Θέμα Δ

Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας $R = 1{,}6\,m$ αφήνεται να κυλήσει μία συμπαγής μικρή σφαίρα μάζας $m = 1{,}4\,kg$ και ακτίνας $r = \frac{R}{8}$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.



Σχήμα 3

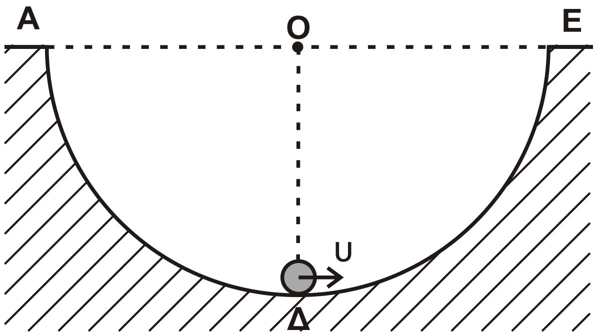
Δ1. Να εκφράσετε τη στατική τριβή T_S που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας φ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $\varphi = 30°$ (Σχήμα 3).

Μονάδες 6

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη, εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $\upsilon = 6\,m/s$ και κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του με κατεύθυνση το άκρο Ε (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

Δ3. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας (μονάδες 4) και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας (μονάδες 2), αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας $I_{CM} = \frac{2}{5} m r^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

<u>ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)</u>

1. **Στο εξώφυλλο** του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. **Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω** να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. **Στην αρχή των απαντήσεών σας** να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση**. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** αν το ζητάει η εκφώνηση, και **μόνο** για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015-ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ-

ΘΕΜΑ Α

A1 → α

A2 → β

A3 → α

A4 → δ

A5. **α**→Λάθος

β→Σωστό

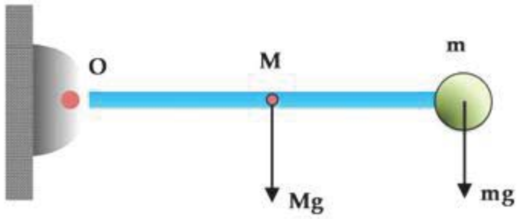
γ→Σωστό

δ→Λάθος

ε→ Σωστό

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Σωστό είναι το (iii).

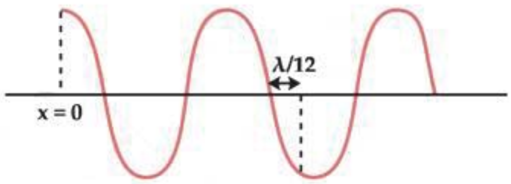


Από γενικευμένο νόμο στροφικής κίνησης έχουμε

$$\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \frac{\Sigma\tau}{I_{o\lambda}} = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \frac{Mg\frac{L}{2} + \frac{M}{2}gL}{\frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2}L^2} = \frac{2}{5}MgL$$

Β2. Σωστό είναι το (iii).

Από το τυχαίο στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



προκύπτειότι η απόσταση του σημείου που ψάχνουμε το πλάτος από την θέση $x =$ 0είναι:

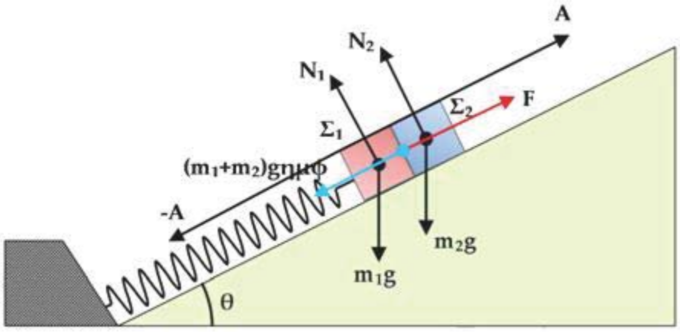
$$x = \frac{\lambda}{4} + \lambda + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}$$

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{4\lambda}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{3}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|-\frac{1}{2}\right| = A$$

Β3. Σωστό είναι το (i).

Στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης για το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow k \cdot \Delta l = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta l = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k}$$



Η επαφή θα χαθεί στη θέση φυσικού μήκους. Πρέπει:

$$k \cdot A < k \cdot \Delta l \Leftrightarrow k \cdot A < (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Υπολογίζουμε αρχικά διάφορα μεγέθη που θα χρειαστούν στην επίλυση της άσκησης.

Από τη σχέση της ενέργειας που μας δίνεται έχουμε

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2) \Leftrightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 \, \mathbf{(1)}$$

Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ και συγκρίνοντας με την προηγούμενη σχέση (1) έχουμε:

$$U_E + U_B = E \Leftrightarrow U_E = E - U_B \Leftrightarrow U_E = E - \frac{1}{2}Li^2 \, \mathbf{(2)}$$

- $E = 8 \cdot 10^{-2}\,J \Leftrightarrow \frac{1}{2}CV^2 = 8 \cdot 10^{-2}\,J \Leftrightarrow C = 10^{-4}\,F \;\; \mathbf{(3)}$

- $\frac{L}{2} = 8 \cdot 10^{-2} \Leftrightarrow L = 0{,}16\,H \;\; \mathbf{(4)}$

- $E = \frac{1}{2}LI^2 \Leftrightarrow I = 1\,A$

Γ1. Για την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Leftrightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3}\,s \;\; \mathbf{(5)}$$

Γ2. Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος για τη χρονική στιγμή

$$\frac{T}{12}$$

$$i = -I \cdot \eta\mu\omega t \Leftrightarrow i = -I \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12}\right) \Leftrightarrow i = -\frac{1}{2}\,A$$

Επομένως η ηλεκτρική ενέργεια στον πυκνωτή είναι:

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2}\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right) J = 6 \cdot 10^{-2}\,J$$

Γ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή:

$$E = U_E + U_B \Leftrightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} \Leftrightarrow E = \frac{4}{3}U_E \Leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = \frac{4}{3} \cdot \frac{q^2}{2C} \Leftrightarrow q = \pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}\,C$$

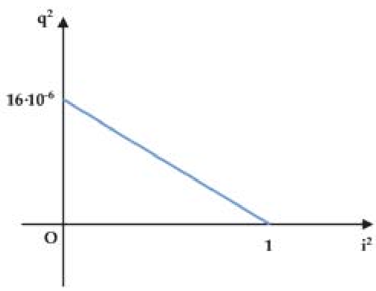
Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι:

$$V_L = V_C = \left|-L\frac{di}{dt}\right| \Leftrightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{V_C}{L} \Leftrightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|\frac{q}{LC}\right| = |\omega^2 q| \Leftrightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot q\right| = 125\sqrt{3}\,A/s$$

Γ4. Με εφαρμογή ΑΔΕΤ βρίσκουμε τη σχέση που ζητείται:

$$E = U_E + U_B \Leftrightarrow E = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 \Leftrightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot i^2$$

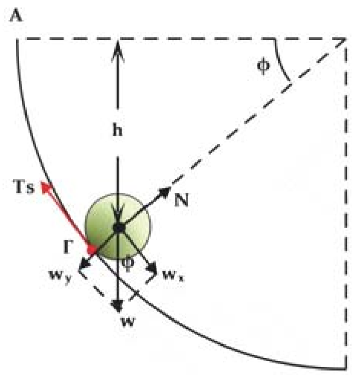
Παρατηρούμε ότι είναι γραμμικής μορφής $y = a - \beta x,\ \beta > 0$



SCHOOLDOCTOR

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Εφαρμόζουμε Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της συμπαγής μικρής σφαίρας και έχουμε:

$$\Sigma\tau = I \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T_s \cdot r = \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{a_{cm}}{r} \Leftrightarrow T_s = \frac{2}{5}m \cdot a_{cm} \,\mathbf{(1)}$$

Εφαρμόζουμε 2^o Νόμο Νεύτωνα για τη μεταφορική κίνηση

$$\Sigma F = m \cdot a_{cm} \Leftrightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_s = m \cdot a_{cm} \,\mathbf{(2)}$$

Από (1) και (2) προκύπτει

$$T_s = \frac{2}{7}mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow T_s = 4\sigma\upsilon\nu\varphi \; (N)$$

Δ2. Από συνθήκη της κεντρομόλου δύναμης στη θέση Γ έχουμε:

$$\Sigma F_y = F_k = \frac{mu_\Gamma^2}{R-r} \Leftrightarrow N - w_y = \frac{mu_\Gamma^2}{R-r} \Leftrightarrow N = mg\eta\mu\varphi + \frac{mu_\Gamma^2}{R-r} \,\mathbf{(3)}$$

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από την αρχική θέση στην θέση Γ για την κίνηση του σφαιριδίου βρίσκουμε την ταχύτητα που έχει στο σημείο Γ.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_\Gamma^2 + \frac{1}{2}I\omega_\Gamma^2 = mgh \Leftrightarrow$$

SCHOOLDOCTOR

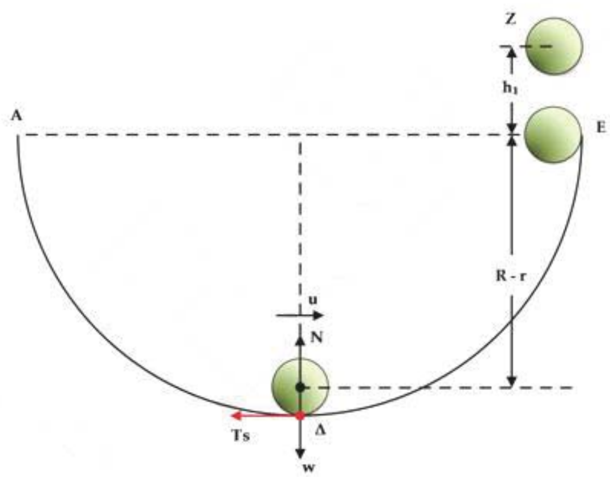
$$\frac{1}{2}mu_\Gamma^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\cdot\omega_\Gamma^2 = mg(R-r)\eta\mu\varphi \Leftrightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{\frac{10}{7}\cdot g(R-r)\eta\mu\varphi} \Leftrightarrow u_\Gamma = \sqrt{10}\, m/s$$

Άρα από τη σχέση (3) έχουμε:

$$N = 17\ (N)$$

Δ3.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Δ στη θέση Ε για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας.

$$E_{\mu\eta\chi\,(\Delta)} = E_{\mu\eta\chi\,(E)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mu_E^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mg(R-r) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}mu_E^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\omega_E^2 + mg(R-r) \Leftrightarrow$$

$$u_E = 4\ m/s$$

Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Ε στη θέση Ζ για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο.

$$E_{\mu\eta\chi\,(E)} = E_{\mu\eta\chi\,(Z)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega_E^2 + \frac{1}{2}mu_E^2 = \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mgh_1 \Leftrightarrow h_1 = 0{,}8\,m$$

Δ4. Όταν χάσει την επαφή του, δηλαδή στο σημείο Ε, ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau} + \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\sigma\tau\rho o\varphi} = \Sigma\vec{F}\cdot\overrightarrow{u_E} + \Sigma\vec{\tau}\cdot\overrightarrow{\omega_E} = -mgu_E = -56\,J/s$$

Για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = 0$$