

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

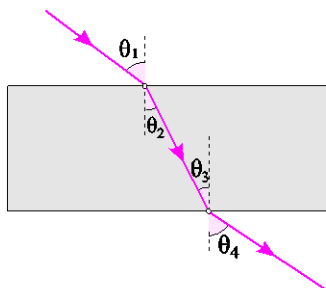
2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. γ.
2. α.
3. γ.
4. β.
5. α-Λ, β-Σ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ.

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή είναι η απάντηση β.



Εφαρμόζουμε το νόμο του Snell για το σημείο εισόδου και το σημείο εξόδου.

Σημείο εισόδου: $n_{\text{αερ}} \eta\mu\theta_1 = n_{\gamma} \eta\mu\theta_2$

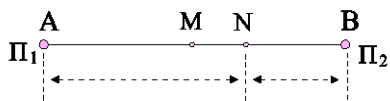
Σημείο εξόδου: $n_{\text{αερ}} \eta\mu\theta_4 = n_{\gamma} \eta\mu\theta_3$

Όμως $\eta\mu\theta_3 = \eta\mu\theta_2$, καθώς $\theta_3 = \theta_2$ ως γωνίες εντός εναλλάξ. Άρα $\eta\mu\theta_1 = \eta\mu\theta_4$ και $\theta_1 = \theta_4$

2. Σωστή είναι η απάντηση α.

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι ανεξάρτητη από το μήκος κύματος και εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

3. Σωστή είναι η απάντηση α.



Στο σημείο N έχουμε ενισχυτική συμβολή. Άρα για τις αποστάσεις ισχύει:

$$(AN) - (BN) = k \cdot \lambda$$

Για το μέσον M, η συνθήκη της ενισχυτικής συμβολής ισχύει για $k = 0$, άρα για το N, που είναι το πλησιέστερο στο M θα είναι $k = 1$, δηλαδή

$$(AN) - (BN) = \lambda \quad (1)$$

$$\text{Ισχύει επίσης } (AN) = \frac{(AB)}{2} + (MN), \quad (BN) = \frac{(AB)}{2} - (MN)$$

$$\text{Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε: } 2(MN) = \lambda \Rightarrow (MN) = \frac{\lambda}{2}$$

4. Σωστή είναι η απάντηση γ

Από τις δοθείσες εξισώσεις σε σύγκριση με τη γενική εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου του ηλεκτρομαγνητικού κύματος $E = E_{\max} \cdot \eta \mu 2\pi \left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right)$ βρίσκουμε τη συχνότητα και το μήκος κύματος. Στη συνέχεια θα αντικαταστήσουμε στη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, $v = \lambda f$, για να βρούμε το ζευγάρι τιμών που δίνει $v = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Από την α εξίσωση παίρνουμε:

$$f = 6 \cdot 10^{10} \text{ Hz}, \quad \frac{x}{\lambda} = 10^2 x \Rightarrow \lambda = 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = \lambda f = (10^{-2} \text{ m}) \cdot (6 \cdot 10^{10} \text{ Hz}) \Rightarrow v = 6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Από τη β εξίσωση παίρνουμε:

$$f = 2 \cdot 10^{10} \text{ Hz}, \quad \frac{x}{\lambda} = 2 \cdot 10^2 x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = \lambda f = \left(\frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \text{ m} \right) \cdot (2 \cdot 10^{10} \text{ Hz}) \Rightarrow v = 10^8 \text{ m/s}$$

Από τη γ εξίσωση παίρνουμε:

$$f = 6 \cdot 10^{10} \text{ Hz}, \quad \frac{x}{\lambda} = 2 \cdot 10^2 x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = \lambda f = \left(\frac{1}{2} 10^{-2} \text{ m}\right) \cdot (6 \cdot 10^{10} \text{ Hz}) \Rightarrow v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c$$

ΘΕΜΑ Γ

α) Από τη σύγκριση της δοθείσας εξίσωσης με τη γενική εξίσωση του τρέχοντος κύματος $y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ προκύπτει:

$$A = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{t}{T} = t \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{x}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

Για την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής βρίσκουμε: $v = \lambda f = 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ Hz} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

β) Η διαταραχή φτάνει στο σημείο Α τη χρονική στιγμή $t_A = \frac{x_A}{v} = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} \Rightarrow t_A = 2 \text{ s}$.

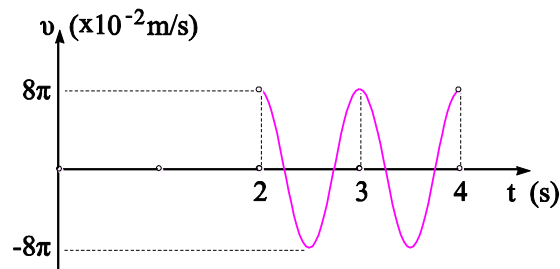
Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει η διαταραχή αυτό επαναλαμβάνει την κίνηση του σημείου της θέσης $x = 0$. Άρα το σημείο Α, θα ξεκινήσει να ταλαντώνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$y_A = 4 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left(t - \frac{4}{2}\right) (\text{S.I.}) \quad \text{ή} \quad y_A = 4 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi (t - 2) (\text{S.I.}) \quad \text{με} \quad t \geq 2 \text{ s}$$

και η ταχύτητά του θα περιγράφεται από τη σχέση:

$$v_A = (2\pi) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) \sigma \upsilon \nu 2\pi (t - 2) (\text{S.I.}) \Rightarrow v_A = 8\pi \cdot 10^{-2} \sigma \upsilon \nu 2\pi (t - 2) (\text{S.I.}) \quad \text{με} \quad t \geq 2 \text{ s}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



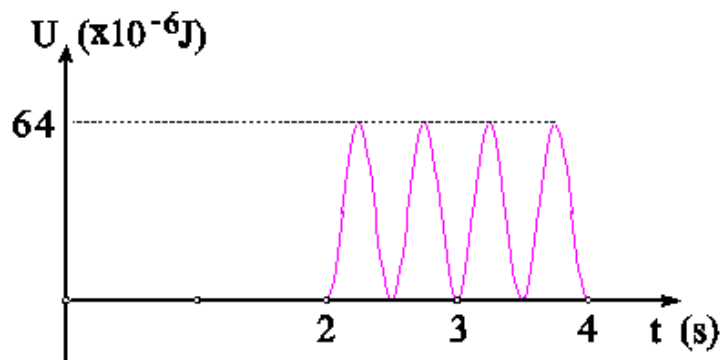
γ) Η ενέργεια ταλάντωσης της σημειακής μάζας βρίσκεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \left(2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \Rightarrow E = 64 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Α σε σχέση με το χρόνο βρίσκεται από τη σχέση:

$$U_A = \frac{1}{2} D y_A^2 = E \eta^2 (2\pi(t-2)) \Rightarrow U_A = 64 \cdot 10^{-6} \eta^2 (2\pi(t-2)) (\text{S.I.}) \quad \mu\epsilon \quad t \geq 2\text{s}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



δ) Στη δοθείσα σχέση της απομάκρυνσης πρέπει να αντικαταστήσουμε $y = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ και $t = 4\text{s}$.

$$2 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left(4 - \frac{x}{2} \right) \Rightarrow \eta \mu 2\pi \left(4 - \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta \mu 2\pi \left(4 - \frac{x}{2} \right) = \eta \mu \frac{\pi}{6}$$

Η λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης δίνει δύο ομάδες λύσεων, μια στο 1^ο και μια στο 2^ο τεταρτημόριο. Επειδή μας λέει ότι περνά με θετική ταχύτητα η ζητούμενη λύση θα

Βρίσκεται στο 1^ο τεταρτημόριο. Επειδή μας λέει για 1^η φορά θα κρατήσουμε τη λύση που αντιστοιχεί στη μικρότερη φάση, δηλαδή το $\frac{\pi}{6}$. Άρα έχουμε:

$$2\pi(4 - \frac{x}{2}) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{47}{6} \text{ m}$$

ΘΕΜΑ Δ

α) Από τη σύγκριση της δοθείσας εξίσωσης με τη γενική εξίσωση του στάσιμου,

$$y = 2A \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta \mu \omega t \text{ προκύπτει:}$$

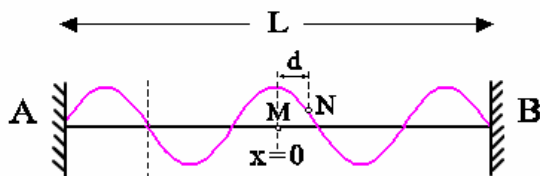
$$2A = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 5\pi x \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

β) Τα άκρα της χορδής είναι στερεωμένα ακλόνητα, οπότε στα άκρα έχουμε δεσμούς, επιπλέον γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι $\frac{\lambda}{2}$, δηλαδή 0,2m. Άρα στο στάσιμο σχηματίζονται:

$$\frac{L}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{1 \text{ m}}{0,2 \text{ m}} \text{ κοιλίες, δηλαδή } 5 \text{ κοιλίες και } 6 \text{ συνολικά δεσμοί.}$$

Ένα στιγμιότυπο του στάσιμου φαίνεται στο σχήμα.



γ) Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου σε ένα στάσιμο βρίσκεται από τη σχέση:

$$A' = 2A \cdot \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| \text{ με το } x \text{ να μετρά από κοιλία.}$$

Το μέσον της χορδής είναι κοιλία, οπότε αντικαθιστούμε στον τύπο όπου $x = d = \frac{1}{30} \text{ m}$ και παίρνουμε:

$$A' = 2 \cdot 10^{-2} |\sin 5\pi x| \text{ (SI)} \Rightarrow A' = 2 \cdot 10^{-2} \left| \sin 5\pi \frac{1}{30} \right| \text{ (SI)} \Rightarrow A' = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \text{ (SI)} \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

δ) Η αμέσως μικρότερη συχνότητα στάσιμου θα οδηγήσει στο αμέσως μεγαλύτερο μήκος κύματος, λ' . Στα άκρα θα έχουμε πάλι δεσμούς. Αφού προηγουμένως για το μήκος της χορδής L ίσχυε $L = \frac{5\lambda}{2}$, τώρα θα ισχύει $L = \frac{\lambda'}{2}$. Άρα έχουμε:

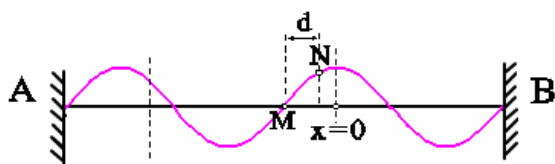
$$4 \frac{\lambda'}{2} = 5 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{5}{4} \lambda \Rightarrow \lambda' = 0,5 \text{ m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις, αφού εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες της χορδής. Γράφοντας τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για τις δύο περιπτώσεις, με μαθηματική επεξεργασία βρίσκουμε την αμέσως μικρότερη συχνότητα που μπορεί να αποκατασταθεί:

$$v = \lambda f, \quad v = \lambda' f'$$

$$\lambda' f' = \lambda f \Rightarrow f' = f \frac{\lambda}{\lambda'} = 2 \frac{0,4}{0,5} \text{ Hz} \Rightarrow f' = 1,6 \text{ Hz}$$

Το μέσον M στο νέο στάσιμο βρίσκεται σε δεσμό. Οπότε για να βρούμε το νέο πλάτος ταλάντωσης του σημείου N θα πρέπει να τροποποιήσουμε τη δοθείσα απόσταση $d = \frac{1}{30} \text{ m}$, ώστε να δηλώνεται απόσταση από κοιλία.



Σύμφωνα με το σχήμα για να έχουμε απόσταση από κοιλία θα πρέπει, είτε να προσθέσουμε στο d το $\frac{\lambda'}{4}$, είτε να αφαιρέσουμε το d από το $\frac{\lambda'}{4}$. Επιλέγουμε το δεύτερο.

$$x = \frac{\lambda'}{4} - d = \frac{0,5}{4} \text{ m} - \frac{1}{30} \text{ m} \Rightarrow x = \frac{15-4}{120} \text{ m} \Rightarrow x = \frac{11}{120} \text{ m}$$

Με αντικατάσταση στον τύπο του πλάτους του στάσιμου παίρνουμε:

$$A' = 2A \cdot \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda'} \right| = 2 \cdot 10^{-2} \left| \sin \frac{2\pi \frac{11}{120}}{\frac{5}{10}} \right| (\text{SI}) \Rightarrow A' = 2 \cdot 10^{-2} \left| \sin \frac{11\pi}{30} \right| (\text{SI}) \Rightarrow$$

$$A' = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4}{10} \text{ m} \Rightarrow A' = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$