

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΘΕΜΑΤΑ (Κεφάλαιο 2)

ΘΕΜΑ Α

1. Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.

α) Τι ονομάζουμε απόλυτη συχνότητα ν_i , που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 3

β) Τι ονομάζουμε σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 3

γ) Να αποδείξετε ότι:

i. $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$

Μονάδες 2

ii. $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Μονάδες 2

2. α) Τι εκφράζουν οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i σε ένα σύνολο παρατηρήσεων;

Μονάδες 3

β) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω ελλιπής πίνακας που αφορά τις τιμές μιας μεταβλητής X , που είναι ομαδοποιημένες σε κλάσεις ίσου πλάτους c , αν γνωρίζουμε ότι οι σχετικές συχνότητες f_1, f_2, f_3, f_4 είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 αντίστοιχα.

κλάσεις	x_i	ν_i	f_i
$[0,)$			
$[,)$	6		
$[,)$		15	
$[,)$			
ΣΥΝΟΛΟ			

Μονάδες 5

3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή από x_i έως x_k είναι $F_i\% - F_{k-1}\%$.

β) Το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουν το πολύ την τιμή x_i είναι N_i .

γ) Σε μία κανονική κατανομή η διάμεσος συμπίπτει με τη μέση τιμή.

δ) Σε μία κανονική κατανομή, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , εκτός του διαστήματος $\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s$ δεν υπάρχουν παρατηρήσεις.

ε) Η απόσταση των διαδοχικών κεντρικών τιμών κλάσεων ίσου πλάτους ενός δείγματος ισούται με το πλάτος των κλάσεων αυτών.

στ) Αν α_i είναι το τόξο ενός κυκλικού τομέα στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \cdot 360^\circ \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, k.$$

ζ) Το εύρος σε ομαδοποιημένα δεδομένα είναι πάντοτε το ίδιο πριν ομαδοποιηθούν.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β

Σε μία επιχείρηση εργάζονται 40 υπάλληλοι και οι ημέρες αδείας που δικαιούνται για το τρέχον έτος είναι οι εξής:

22	22	22	17	29	15	25	12
6	24	28	23	15	29	20	16
19	25	16	13	27	11	16	18
26	14	14	27	29	25	24	24
10	23	23	28	15	17	21	8

α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απόλυτων και αθροιστικών).

Μονάδες 5

β) Κατασκευάστε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

Μονάδες 5

γ) Υπολογίστε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

δ) Βρείτε το πλήθος των εργαζομένων που δικαιούνται τουλάχιστον 20 ημέρες αδείας.

Μονάδες 5

ε) Βρείτε το ποσοστό των εργαζομένων που δικαιούνται από 10 έως και 24 ημέρες αδείας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Α. Ο καθηγητής των Μαθηματικών χώρισε την τάξη σε δύο ομάδες Α' και Β' για το διαγώνισμα του Α' τετραμήνου. Η μέση βαθμολογία και η τυπική απόκλιση των γραπτών και των δύο ομάδων είναι ίδιες και είναι $\bar{x} = 12$ και $s = 1,2$.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των τετραγώνων των βαθμολογιών των μαθητών της Α' ομάδας.

Μονάδες 5

β) Αν στην Α' ομάδα οι βαθμοί αυξηθούν κατά 3 μονάδες και στη Β' ομάδα οι βαθμοί αυξηθούν κατά 30% τότε να βρείτε τις νέες μέσες τιμές βαθμολογίας και τις νέες τυπικές αποκλίσεις.

Μονάδες 5

$$(\text{Δίνεται : } s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}{n} \right\})$$

Β. Οι 50 τιμές μιας μεταβλητής X ομαδοποιήθηκαν σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Το αντίστοιχο πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$ έχει κορυφές τα σημεία

A 2,0 , B 6,20 , Γ 10,36 , Δ 14,60 , Ε 18,72 , Ζ 22,100 .

α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απόλυτων και αθροιστικών).

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τη διάμεσο, το εύρος και τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

Μονάδες 5

γ) Να φτιάξετε το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Οι παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_n μιας μεταβλητής X ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Αν το 2,5% των παρατηρήσεων είναι μικρότερο από 6 και το 15,85% των παρατηρήσεων ανήκει στο διάστημα (9,11) τότε:

α) Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} και την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 10

β) Αν 136 παρατηρήσεις του δείγματος βρίσκονται στο διάστημα (7,9), να βρείτε το μέγεθος του δείγματος

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται μεταξύ 7 και 10

Μονάδες 5

δ) Θεωρούμε τις τιμές $y_i = c_1 x_i - c_2$, $c_1, c_2 > 0$ και $i = 1, 2, \dots, n$, που έχουν μέση τιμή $\bar{y} = 10$ και τυπική απόκλιση $s_y = 2$. Βρείτε τα c_1, c_2 .

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ