

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**4<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΘΕΜΑΤΑ (Κεφάλαιο 3)**

**ΘΕΜΑ Α**

1. Αν  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , αποδείξτε ότι ισχύει:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

**Μονάδες 10**

2. α) Τι ορίζουμε σύμφωνα με τον αξιωματικό ορισμό ως πιθανότητα ενός ενδεχομένου  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \neq \emptyset$

**Μονάδες 3**

β) Πότε ένα ενδεχόμενο λέγεται απλό και πότε σύνθετο;

**Μονάδες 2**

γ) Πότε λέμε ότι ένα ενδεχόμενο πραγματοποιείται;

**Μονάδες 2**

3. Αν  $A, B$  είναι ισοπίθανα ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ ,  $A'$  το αντίθετο του  $A$  και  $B'$  το αντίθετο του  $B$ , να χαρακτηρίσετε ως σωστή ( $\Sigma$ ) ή λάθος ( $\Lambda$ ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Ισχύει  $P(A \cap B) \leq P(B)$ .

**Μονάδες 1**

β) Αν το ενδεχόμενο  $B'$  πραγματοποιείται, τότε δεν πραγματοποιείται το  $B$ .

**Μονάδες 1**

γ) Αν  $P[(A \cap B)'] = 0$ , τότε τα  $A, B$  είναι ασυμβίβαστα.

**Μονάδες 1**

δ) Το ενδεχόμενο  $(A \cap B)'$  πραγματοποιείται όταν δεν πραγματοποιούνται συγχρόνως και τα δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$

**Μονάδες 1**

ε) Αν  $P(A) \neq P(B)$ , τότε  $A \neq B$ .

**Μονάδες 1**

στ) Αν τα  $A$  και  $B$  είναι ξένα μεταξύ τους, τότε και τα  $A', B'$  είναι ξένα μεταξύ τους.

**Μονάδες 1**

ζ) Αν  $A, B$  ασυμβίβαστα, τότε  $P(A) \leq P(B')$ .

**Μονάδες 1**

η) Ισχύει  $P(A) - P(B') \leq P(A \cap B)$ .

**Μονάδες 1**

## ΘΕΜΑ Β

Κάποιοι νέοι προσπαθώντας να βρουν δουλειά στέλνουν βιογραφικά σε δύο εταιρείες  $E_1$  και  $E_2$ . 2000 νέοι με τα ίδια τυπικά προσόντα έστειλαν βιογραφικά και στις δύο εταιρείες.

Αν επιλέξουμε τυχαία έναν νέο, τότε η πιθανότητα ο νέος να μην επιλεγεί από την εταιρεία  $E_2$  είναι 60% και η πιθανότητα να επιλεγεί από την εταιρεία  $E_1$  είναι 70%.

α) Να αποδείξετε ότι υπάρχουν νέοι που μπορεί να επιλεγούν και από τις δύο εταιρείες.  
**Μονάδες 7**

β) (i) να αποδείξετε ότι οι νέοι που επιλέγονται και στις δύο εταιρείες είναι τουλάχιστον 200 και το πολύ 800.

**Μονάδες 8**

(ii) αν οι νέοι που επιλέγονται από την εταιρεία  $E_1$  και όχι από την  $E_2$  είναι 1000, τότε:

α) να βρείτε την πιθανότητα ο νέος να μην επιλεγεί σε καμία εταιρεία.

**Μονάδες 7**

β) να βρείτε την πιθανότητα ο νέος να επιλεγεί το πολύ σε μια από τις δύο εταιρείες.

**Μονάδες 3**

## ΘΕΜΑ Γ

Έστω  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης για τον οποίο η πιθανότητα κάθε απλού ενδεχομένου  $\{\kappa\}$  του  $\Omega$  με  $\kappa \geq 2$  δίνεται

από τον τύπο  $P(\kappa) = \frac{\kappa - 1}{20}$ .

α) Να βρείτε την πιθανότητα  $P(1)$ .

**Μονάδες 12**

β) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα του  $\Omega$ ,  $A = \{\mu \in \Omega : \mu = \text{άρτιος αριθμός}\}$  και  $B = \{\lambda \in \Omega : \text{η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης}$

$f(x) = \frac{1}{3}\lambda^3 x^3 + (5\lambda - 4)x^2 - \lambda(6\lambda - 1)x + 2013$  στο σημείο  $M(1, f(1))$  έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με  $-2\}$ .

Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A' \cap B)$ .

**Μονάδες 13**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ ,  $A'$  το αντίθετο του  $A$  και  $B'$  το αντίθετο του  $B$ , τέτοια ώστε  $P(A') = 0,4$ ,  $P(A - B) = 0,3$  και η

συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{5}{2}P(B')x + 2012$

α) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες

i)  $P(A \cap B)$

**Μονάδες 5**

ii)  $P(A' \cup B)$

**Μονάδες 5**

β) Να αποδείξετε ότι  $0,3 \leq P(B) \leq 0,7$ .

**Μονάδες 2**

γ) Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τη συνάρτηση  $f$ .

**Μονάδες 8**

δ) Να αποδείξετε ότι το ενδεχόμενο να μην πραγματοποιείται κανένα από τα  $A$  και  $B$  έχει πιθανότητα το πολύ 40% να συμβεί.

**Μονάδες 5**